ОГЛАВЛЕНИЕ

Глава I. Моделирование бесконечного естественным (обыденным) языком. 3

ВВЕДЕНИЕ 3

§ 1. Язык как средство моделирования 10
§ 2. Движение и протяженность 14
§ 3. Бесконечное и проблема индивидуации (в связи с количеством—качеством) 18
§ 4. Бесконечное и проблема индивидуации (в связи с формой—содержанием) 28
§ 5. Бесконечное и конечное 38

Глава II. Моделирование бесконечного языком математики . 50

§ 1. Бесконечное 50
§ 2. Проблема континуума и единицы 91
§ 3. Проблема точки 100

Глава III. Моделирование бесконечного языком современной науки 110

§ 1. Соотношение между научным языком и обыденным 110
§ 2. Релятивистское пространство—время—движение . 113
§ 3. Вселенная не есть конечная или бесконечная сумма объектов на фоне общемировой протяженности—длительности 124
§ 4. Что может заменить идею бесконечной протяженности—длительности мира в целом? 136

ЗАКЛЮЧЕНИЕ 171

ЧЕФРАНОВ
Георгий Васильевич
БЕСКОНЕЧНОСТЬ И ИНТЕЛЛЕКТ

Редактор В. П. Павлов
Технический редактор Л. Л. Иванова
Корректор Н. В. Быстрова

Изд. № 43/614. Сдано в набор 1-XI-1971 г. Подписано к печати 6.12.71 г. Бумага белая обертка. Формат 60x84 1/16 Объем 11 физ. п. л., 10,23 усл. п. л., 10,52 уч. изд. л. ПК 41272 Тираж 2000 экз

Издательство Ростовского университета
г. Ростов-на-Дону, 7, ул. М. Горького, 88

Типография № 10 г. Таганрога, Областного управления по печати в г. Ростове-на-Дону

Заказ № 7172 Цена 74 коп.

1М
1-556

Печатается по постановлению Ученого совета
Таганрогского радиотехнического института

Ответ. редактор доц. А. В. Потемкин.

Рецензенты: доктор философских наук, профессор А. В. Шугайлин, доктор философских наук Е. Я. Режабек, доктор философских наук, профессор А. М. Минасян.

Г. В. Чефранов. **Бесконечность и интеллект.** Издательство Ростовского университета, 1971.
стр. 176.

Книга посвящена философским проблемам астрономии, и прежде всего, проблеме соотношения протяженной субстанции и вероятностной информации, а также задаче индивидуации.

Работа рассчитана на научных работников, преподавателей и всех интересующихся фундаментальными философскими вопросами астрономии и физики.

НАУЧНАЯ БИБЛИОТЕКА
Уральского
Государственного
Университета
г. Свердловск
734653

1-5-2
31-71М

Глава I

МОДЕЛИРОВАНИЕ БЕСКОНЕЧНОГО ЕСТЕСТВЕННЫМ (ОБЫДЕННЫМ) ЯЗЫКОМ

ВВЕДЕНИЕ

Можно ли говорить о проблеме моделирования бесконечного человеческим сознанием в том же смысле, в каком говорят о проблеме моделирования работы транспортного узла, игровой ситуации и т. п.? Ответ на этот вопрос, по нашему мнению, не должен носить характер той категоричной однозначности, которая присуща сфере нашей обыденной жизни. Еще Кант и Гегель подчеркивали, что ответ на вопрос «сколько у Вас талеров в кармане?» не может носить тот же характер, что и ответ на вопрос о природе космоса, мышления и т. п. Нет ничего необыкновенного в том, что вопрос о смысле смысла или вопрос отличия понятия «мир в целом» от понятия «мир как целое» не соответствует логике рассуждений о количестве талеров в кармане.

Таким образом, ответ на поставленный вопрос получается компромиссный. С одной стороны, человек не может использовать для познания природы универсума средства, отличные от тех, какие он использует при постижении природы объектов своего ближайшего окружения. С другой стороны, история человеческой цивилизации свидетельствует о том, что наглядно представить себе мир в целом человек не может. По мнению Ф. Франка, проблема моделирования бесконечного остается вне науки, так как цель науки состоит в установлении системы таких отношений между символами и операциональными определениями символов, при которых логические заключения, выводимые из этих утверждений, стано-

вятся утверждениями о фактах, подтверждаемых нашими чувственными наблюдениями[1], а воссоздать каким бы то ни было способом образ бесконечного, опираясь на наглядны образы нашего ближайшего окружения, невозможно.

Выход из этого положения может быть двоякий. Можи сохранить определение науки по Ф. Франку, но под «ненауч ным» подразумевать не обязательно нечто отрицательное. Предметом метанауки в этом случае явились бы такие вполн не положительные, но неколичественные характеристики ка любовь, свобода, красота и т. п. Или же можно более широ ко определить науку, включив в нее проблемы человеческог достоинства, добра, красоты и т. п., т. е. считать, что наука должна отвечать не только на вопрос «как», но и на вопросы «почему» и «зачем».

Но и в одном, и в другом случае, исходным пунктом рас суждений о мире в целом должно быть признание его суще ствования. Именно с наличия феномена Вселенной следуе начинать, так как в нем невозможно усомниться.

В истории познания никто, от солипсиста до наивного реа листа, никогда не сомневался в том, что существует мир, какова бы ни была его природа и возможности познания е какую бы роль при этом ни играл наш способ передачи ин формации и как бы сам наблюдатель ни оценивал свою по зицию.

Л. Витгенштейн в «Логико-философском трактате» посту лирует невозможность «выразить языком то, что само выра жается в языке»[2], т. е. относит проблему мира в целом псевдопроблемам. Тем не менее в этом же «Логико-философ ском трактате» Витгенштейн пишет о том, что «мистически является не то, как мир есть, а то, что мир есть»[3], т. е. яви признает существование мира в целом, поскольку допуска законность термина «мир». Р. Карнап, с одной стороны, у верждает, что вопрос о характере мира в целом «не може быть сформулирован на вещном языке и, по-видимому, ни каком другом теоретическом языке»[4], а с другой, — говоря «полной определенности в отношении всех свойств вещи и вещей, а также всех отношений между данными вещами и, может быть, даже всех отношений между данными вещам

[1] См.: Ф. Франк. Философия науки. М., 1960, стр. 228—229.
[2] Л. Витгенштейн. Логико-философский трактат, § 4. М., 1 121.
[3] Там же, § 6, 44.
[4] Р. Карнап. Значение и необходимость. М., 1969, стр. 302.

и всеми другими вещами»[1], размышляет также о вопросе мира в целом, поскольку все существующее («все вещи») и все отношения между ними не могут иметь иного смысла, кроме смысла мира в целом.

Необходимо подчеркнуть, что признание существования Вселенной автоматически влечет признание единственности ее и определением понятия Вселенной может быть только такое: Вселенная — это все то, кроме чего нет ничего, включая и это самое «ничего» (наподобие того, как в понятие числа включают отрицание числа, его «ничего», ноль).

Прогресс естественных наук отличается по своим темпам от прогресса в области философского постижения сущности общемирового целого.

Огромным шагом вперед для астрономии был переход от тысяч стадий плоской Земли к миллиардам световых лет сферической расширяющейся Вселенной, но в вопросе о понимании мира этот шаг не дал качественно нового, так как перед бесконечностью мира протяженность, измеряемая стадиями, равноценна протяженности, измеряемой парсеками.

Большим успехом для физики был переход от атомов Демокрита, цепляющихся друг за друга крючками, к элементарным частицам, исследуемым в современных атомных центрах. Но Демокрита интересовал не естественнонаучный вопрос об использовании энергии атомов, а философский вопрос о делимости или неделимости мира, и он решил его в том смысле, что непосредственно наблюдаемый нами мир делим, но есть предел этой делимости, т. е. существуют и неделимые частицы, атомы. Для Демокрита оставалось загадкой, каким образом протяженные, т. е. имеющие части (правое, левое, верх, низ) объекты, могут быть неделимыми, могут обладать свойством «амера» (не имеющее частей).

Остается это загадкой и для Л. Ландау, рассматривающего проблему амера (точки) в своей работе «Теория поля»[2]. Прогресс здесь заключается лишь в том, что во времена Демокрита проблема эта не имела практического значения, в наше же время без ее решения немыслимо дальнейшее развитие физики.

Впечатление устарелости производят высказывания даже некоторых выдающихся ученых XIX в. по конкретным вопросам астрономии, физики, биологии и т. д. Устарелость таких высказываний обусловливается тем, что нас просто не интересует астрономия на дозйнштейновском уровне или биоло-

[1] Р. Карнап. Значение и необходимость. М., 1969. стр. 302.

гия, игнорирующая атомно-молекулярную структуру. Никто ведь не тратит время на чтение, например, радиотехнической литературы, выпускавшейся в 20—30-е гг.

Совсем иначе воспринимаются книги, написанные сотни и тысячи лет назад, но в которых обсуждаются проблемы конечности и бесконечности, жизни и смерти, добра и зла, свободы и необходимости.

Конечно, это не значит, что для исследований по физике или биологии нужно обладать определенным минимумом сведений, а для рассуждений по поводу «вечных проблем» наличие такого минимума не требуется. Важно здесь то, что характер такого минимума сведений для различных вопросов разный. Четкой границы между общемировыми вопросами и частными не существует. Глубокое рассмотрение той или иной частной проблемы приводит к вопросам, касающихся мира в целом. В «город» философских общемировых проблем можно пройти и через заставу математики, и через заставу живописи, и через заставу любой другой конкретной деятельности человека. Но отсутствие резкой границы между общемировыми проблемами и проблемами, постепенно переходящими в частные вопросы, не снимает существенного различия между крайними ступенями этой градации.

Ни солипсист, ни ограниченный рамками обыденного здравого рассудка наивный материалист не ставят под сомнение существование Вселенной. Однако солипсист полагает, что этот феномен Вселенной порождается его субъективным сознанием, а наивный материалист игнорирует относительность своих органов чувств и считает, что его сознание не имеет никакого отношения к Вселенной, что зеленый лес и голубое небо являются таковыми независимо от того, видит ли их человек или лягушка. Солипсисты при этом ссылаются на то, что только наше «Я» непосредственно является нам доступным, во всем же остальном мы можем ощущать только наши ощущения. Мы не можем проверить действительно ли сахар обладает объективным свойством сладости, так как не можем «выпрыгнуть» из своих органов чувств, из самих себя, и посмотреть извне на объективные свойства сахара и на субъективную модель этих свойств в организме человека, сравнить их, находясь в этой «третьей» позиции, а затем сделать вывод о совпадении их или несовпадении. Если бы это было возможно, то потеряло бы смысл противопоставление объекта и субъекта. Наивные же материалисты ссылаются на здравый смысл и наглядность: если человек смотрит

на дерево и видит дерево, то никакой проблемы в этом нет, видение объектов такими, какими они являются в действительности, и есть непосредственно данное, самоочевидное, не требующее никакого доказательства.

Легко доказать, что обе эти точки зрения выражают крайности. Уже из элементарного курса физиологии известно, что атомы и молекулы наблюдаемого человеком дерева не имеют ничего общего с атомами и молекулами, формирующими образ этого дерева в мозгу наблюдателя. Электромагнитные колебания светового диапазона действуют на химизм палочек и колбочек сетчатки, последние, в свою очередь, влияют на нервные волокна, соответствующий код нервных импульсов поступает в зрительный центр мозга, и здесь уже какое-то движение атомов и молекул мозгового вещества воссоздаст в самосознании человека образ дерева. Весь этот процесс настолько сложен, что даже общие контуры его пока не совсем понятны. Неясно, например, расшифровкой какого кода является субъективное впечатление красноты, зелени и т. п.

Поэтому вопрос о том, почему человек видит дерево, когда смотрит на него, является не надуманным измышлением, а основной проблемой как философии, так и всей современной науки вообще,— ведь любая конкретная наука заключается в процессе отражения внутренним миром человека каких-то сторон внешнего мира[1].

С другой стороны, образы внешнего мира, формируемые нашим сознанием, нельзя считать произвольным порождением нашего сознания, так как в этом случае невозможно было бы выживание человека. Образы внутреннего мира человека детерминированы объектами внешнего мира достаточно точно для ориентировки человека в соответствующем пространственно-временном диапазоне.

Отказываясь как от крайности солипсизма, так и от крайности «глупого» материализма, который, по известному выражению В. И. Ленина, может быть дальше от истины, чем «умный» идеализм[2], можно получить некоторую ориентировку при поисках истины где-то между этими крайностями.

Приведем два примера применения такой ориентировки.

М. Минский говорит о том, что вопрос о соотношении души и тела является не только философским, но и техниче-

[1] При этом, если речь идет о мире в целом, то понятие «первичность материи» нельзя понимать в хронологическом смысле, так как, например, свойство отражения не менее вечно, чем «сама» материя.

[2] В. И. Ленин. Полн. собр. соч., т. 29, стр. 247.

ским, так как в любом достаточно сложном сервомеханизме кроме модели внешнего мира, с которым он контактирует, должна быть подмодель самого себя, ибо в противном случае такое контактирование окажется не сбалансированным. «В той мере, в какой действия машины влияют на среду, эта внутренняя модель мира будет нуждаться в сведениях о самой себе. Если кто-то спрашивает машины, почему они решили делать так-то и так-то (или машина спрашивает об этом сама себя), то любой ответ должен прийти от этой внутренней модели»[1].

В соответствии с упомянутой ориентировкой можно предположить, что наиболее перспективным путем решения проблемы, рассматриваемой Минским, будет тот, который отходит от крайностей, вытекающих из философии солипсизма и наивного или вульгарного материализма. Мысль о том, что самосознание недоступно естественным наукам, что люди не смогут постичь свою природу, подобно тому как арифметика не может дать обоснование самой себе (расширительное толкование второй теоремы Геделя), является следствием философии солипсизма. Точно так же неверна мысль о том, что самосознание может быть легко истолковано в рамках уже нам известной науки и техники, как думают вульгарные материалисты.

Второй пример имеет отношение к исследованиям последних лет по цветному телевидению. Было доказано, что впечатление красноты не связано, как это следовало из теории цветов Ньютона, только с длиной волны электромагнитных колебаний 0,0007 мм. Все семь цветов радуги могут быть получены не только в диапазоне длин волн 0,0003 мм (от 0,0004 мм — фиолетовый до 0,0007 мм — красный), но и в диапазоне 0,00003 мм в результате флуктуаций в самом глазу частот черного и белого цветов[2]. Тем самым подтвердилась в какой-то степени теория цветов Гёте. Как и во многих других случаях, обе крайности оказались, таким образом, одновременно и правыми, и неправыми. Неправыми в том смысле, что ни объект без глаза, ни глаз без объекта не могли объяснить цветное зрение, — как это полагали Гёте и Ньютон, бескомпромиссно настаивавшие на правильности только своей теории. Правыми в том смысле, что какая-то доля истины была и в одной и в другой теории.

[1] «Вычислительные машины и мышление». Под ред. Э. Фейгенбаума и Дж. Фельдмана. М., 1967, стр. 456.

[2] См.: Э. Э. Адамович, В. Я. Чуев. Временной фактор в различении цветов. В сб.: «Проблемы нейрокибернетики». Ростов-на-Дону, 1965. Японские исследователи также полагают, что в этом эффекте фонового контраста роль глаза является доминирующей, но связана эта роль, по их мнению, не столько с флуктуациями частот, сколько с инерцией светочувствительных элементов глаза.

Ситуация с цветным зрением нам представляется очень знаменательной и принципиально важной.

Говоря о несостоятельности крайностей наивного материализма и солипсизма, следует отметить и такое обстоятельство. Для Демокрита вопрос о природе мира в целом формулировался в виде проблемы делимости мира. Вопрос о большем или меньшем совпадении природы мышления человека с природой мира в целом Демокрита не беспокоил. Такой же подход был характерен и для многих других мыслителей прошлого.

Но уже Ланжевен склонялся к мысли, что трудности в осмысливании проблемы бесконечной делимости связаны в большой степени с неправильным антропоморфным истолкованием проблемы индивидуации, т. е. проблемы отличия «одного» объекта от «другого». Таким образом, процесс философского осмысливания мира в целом, как правило, начинается с самого простого вопроса: что будет, если мы вещь разделим надвое, потом еще надвое и так до бесконечности (или наоборот: что будет, если мы удвоим видимый мир, потом учетверим и так до бесконечности). Но затем возникает целый ряд других проблем: проблема структуры мира, проблема индивидуации и т. п.

Это обстоятельство имеет важное значение при рассмотрении вопроса о моделировании человеческим сознанием бесконечного. Отдельный человек, повторяя в своем умственном развитии всю интеллектуальную историю человеческого рода, точно так же начинает размышления об универсуме именно с проблемы неограниченного деления или накопления и лишь затем переходит к проблемам структуры мира, интеллектуализации, информации и т. п.

В данной работе мы будем придерживаться такого же порядка: первоначально рассмотрим моделирование бесконечного обыденным языком, акцентирующим внимание на «большом—малом», а затем проанализируем моделирование бесконечного языком математики и современного естествознания, где в качестве сущности бесконечного пространства — времени выступают уже не наглядные протяженность и единица, а движение, информация, вероятность и т. п.

§ 1. Язык как средство моделирования

Прежде чем говорить о моделировании бесконечного, выясним смысл этого термина[1]. Мы остановимся только на тех интерпретациях, которые могут иметь отношение к моделированию универсума.

Если назвать моделью не изображаемое, а изображающее и согласиться с делением моделей по способу их реализации на мысленные и материальные, то важное значение нам следует придать мысленным моделям. Материальные модели типа пространственно или физически подобных макетов, муляжей и т. п. явно не подходят для того, чтобы представить себе природу общемирового целого.

Если классифицировать модели не по способу их реализации, а по характеру воспроизводимых сторон оригинала[2] и говорить в этом случае о моделях субстанциональных, структурных и функциональных, то для нашей темы преимущественный интерес будут иметь модели последних двух типов.

Если критерием для классификации моделей взять степень сложности оригинала и его детерминированный или вероятностный характер[3], то при рассмотрении проблемы моделирования универсума, наибольший интерес будет представлять класс моделей вероятностных, максимально сложных.

Все рассуждения о моделировании бесконечного оказываются бесперспективными, если речь идет о моделировании в том смысле, в каком его понимал В. Томсон, хотя постановка вопроса (а не его решение) у В. Томсона заслуживает большого внимания. Он писал: «Я никогда не чувствую себя удовлетворенным до тех пор, пока не смогу построить механическую модель изучаемой вещи. Если я могу построить ее механическую модель, я ее понимаю. До тех пор, пока я не могу построить ее механическую модель, я ее не понимаю в течение всего этого времени; вот почему я не понимаю электромагнитной теории. Я твердо верю в электромагнитную теорию света, и, когда мы поймем и электричество, и магнетизм, и свет, мы увидим их как части единого целого. Но я хочу понять свет как можно лучше, не вводя вещей, которые мы понимаем еще меньше. Вот почему я ограничиваюсь чистой

[1] См.: В. А. Штофф. Моделирование и философия. М.—Л., 1966.

[2] В. А. Глинский [и др.]. Моделирование как метод научного познания. М., 1965.

[3] См.: С. Бир. Кибернетика и управление производством. М., 1963.

динамикой. Я могу построить модель в чистой динамике, но не могу этого сделать в электромагнетизме»[1].

Это высказывание В. Томсона даст повод для размышлений как о роли «понимания» в процессе моделирования, так и о проблеме наглядности модели.

Выясним, какую роль играет «понимание» в процессе моделирования. В. Томсон имел все основания, говоря о моделировании своим сознанием сущности электромагнитного поля, акцентировать внимание на том, получается ли в итоге у него впечатление понимания или же нет.

Процесс моделирования лежит в сфере категории информации, а информация немыслима без трех элементов: источника, канала связи и приемника информации. Эти элементы не обязательно мыслить по типу радиосвязи. В условиях внутреннего диалога, например, картина получается гораздо сложнее. Однако в принципе любой элементарный информационный акт подразумевает наличие в той или иной форме этих трех элементов. Поэтому нельзя считать удовлетворительными те определения модели и моделирования, которые игнорируют это обстоятельство. И, наоборот, в плане информационной природы процесс моделирования заслуживает всяческого одобрения, по нашему мнению, даже чрезмерное внимание в приведенном высказывании к тому, «понял» В. Томсон что-то или же нет.

Фарадею представлялось, что он понял бы природу магнитного поля, если бы в нем было то, что он назвал «силовыми линиями». Максвелл полагал, что если бы в электромагнитном поле было что-то наподобие шестеренок, то он считал бы, что природа этого поля ему понятна. Эйнштейн, говоря о том, что для современного физика ненаглядное поле так же реально, как стул, на котором он сидит, исходил, очевидно, из того, что «понимание» можно уяснять не только по типу нахождения для неизвестного известных наглядных аналогий, но и по типу простого привыкания к добросовестно «работающему» фактору.

Понимание какого-либо явления ребенком отличается от понимания этого же явления профессором. И вовсе необязательно при сравнении этих двух «пониманий» все преимущества относить лишь к одной из сравниваемых сторон. Способность видеть мир так, как будто никто его до сих пор не ви-

[1] Цит. по кн.: В. А. Штофф. Указ. соч., стр. 40.

дел, как будто это происходит впервые, многими психологами признается свойственной лишь детям и гениям.

Поэтому нет ничего удивительного в том, что иногда «понимание» одним каким-либо приемником информаций того или иного явления вовсе не будет «пониманием» того же явления другим приемником информации. Для того, чтобы имело место более или менее одинаковое понимание, необходимо, как это уже давно известно, наличие общего языка. Именно это имел в виду, видимо, Р. Фейнман, когда говорил о том, что философы никогда не поймут того, о чем толкуют физики, пока не овладеют языком математики[1].

Нет сомнения, что при встрече с представителями внеземных цивилизацией главной проблемой будет вопрос о том, насколько понятное и очевидное для них является таким же понятным для нас, и наоборот.

К вопросу о роли «понимания» в процессе моделирования примыкает вопрос о наглядности или ненаглядности моделей. Если под наглядным подразумевать то, что находит себе аналогии в сфере, доступной органам чувств современного человека, то наиболее верной, по нашему мнению, является точка зрения тех исследователей, которые не рассматривают наглядность как нечто постоянное, раз навсегда данное.

Действительно, мозг человека нашего времени такой же, как и 500 тыс. лет назад. Организм современного человека, даже его внешний вид, ничем не отличается от кроманьонца, жившего 80 тыс. лет назад. Поэтому, естественно, что у людей может быть представление об устойчивости и доминировании доступных его органам чувств черт наглядного мира. Но, во-первых, с какими бы это сроками не было связано, неизбежно изменение человека физически, и, во-вторых, только в фантастических повествованиях допустимо представление о мыслящих существах вне Земли, повторяющих в основном все черты человека.

Различные формы живой материи имеют и разные типы наглядности. Мы о многом, видимо, и не догадываемся, например, о разнообразии путей контактирования насекомых с внешним миром (так термиты, будучи слепыми, при возведении арки с двух сторон находят в пространстве абсолютно точно место стыка или какой образ моделируется в мозгу пчелы поляризованным светом?).

Очевидно, при рассмотрении этих вопросов следует избе-

[1] Р. Фейнман. Характер физических законов, лекция 7. М., 1968.

гать как крайностей сенсуализма, полагающего, что в разуме нет ничего, чего не было бы в чувствах, так и рационализма, недооценивающего удельный вес органов чувств как каналов связи между познаваемым и познающим.

Мозг не только пассивно отражает изменения, процессы внешнего мира. Фактор активности, самодвижения свойственен мозгу во всяком случае не в меньшей мере, чем для неживой и немыслящей субстанции. Следует более широко подойти к понятию реальности и не считать, что проявление универсума в форме субстанции — это 'реальность «настоящая», а проявление универсума в несубстанциональной форме — это реальность «ненастоящая».

Когда Эйнштейн соединил в своем сознании содержавшуюся в древнеирландской саге идею сжимаемости времени с математическими формулами преобразований Лоренца, он поступил не как компилятор, у которого нет ничего, чего бы уже не было ранее, а как величайший гений, давший людям новую информацию. Знаменитый вопрос Канта о том, возможно ли появление в мозгу чего-то нового, не данного в чувствах, получает положительный ответ, если не делить мир на реальные «элементы» и иллюзорные «сочетания элементов», а видеть в сочетаниях, подобных эйнштейновскому, информационную реальность, заслуживающую не меньшего внимания, чем реальность субстанции и энергетики.

Характер моделирования мира мозгом весьма удачно, по нашему мнению, описывает Н. А. Берштейн: «...мозговое отражение (или отражения) мира строится по типу моделей. Мозг не запечатлевает поэлементно и пассивно вещный инвентарь внешнего мира и не применяет тех примитивных способов разделения этого мира на элементы, какие первые придут в голову (фразы — на слова, чертежи — на черточки), но налагает на него те операторы, которые моделируют этот мир, отливая модель в последовательно уточняемые и углубляемые формы. (Разрядка наша. — **Г. Ч.**). Этот процесс, или акт, мозгового моделирования при всех условиях реализуется активно»[1].

Это высказывание прямо направлено против тех, кто полагает, что в нашем мозгу нет ничего, чего бы не было в чувствах.

Отрицая крайности сенсуализма, следует избегать и крайностей рационализма. Средневековые богословы эксперимен-

[1] Н. А. Берштейн. Пути и задачи физиологии активности. «Вопросы философии», 1961, № 6, стр. 85.

тальным путем решили установить, на каком языке говорил Адам, для этого они лишили новорожденного ребенка контакта с людьми, ожидая, что он сам заговорит, и этот язык будет языком Адама. Результат эксперимента удивил людей средневековья — ребенок остался немым. Подобное произошло бы и с мозгом, если бы в роли посредника не выступали органы чувств.

Учитывая все эти обстоятельства, можно дать такое определение модели. Моделью познаваемого является то, что принимается как понятное в соответствии с достигнутым уровнем информационной реальности. Вопрос о наглядности при этом оказывается отодвинутым на второй план, поскольку отрицается тождественность объективности и наглядности (объективное может быть ненаглядным и наглядное — необъективным).

Конечно, это определение требует проверки истинности соответствующих моделей и уточнения смысла категории информации.

Ограничиваясь лишь общими положениями о значении языка как средства моделирования, можно в итоге сделать следующий вывод. Если не рассматривать мир как мозаику индивидуальных и протяженных тел, то расширительное толкование теоремы Геделя будет неоправдано и поэтому стремление любой формы самосознания на любом уровне информации создать себе модель универсума, т. е. решить основной вопрос о месте сознания во Вселенной, следует оценивать не как псевдопроблему, а как то самоутверждение мыслящего начала, без которого оно перестает быть самим собой.

§ 2. Движение и протяженность

Предпосылкой рассмотрения движения как сущности пространства — времени является более глубокий уровень связи природы общемирового целого и движения сравнительно с подобным же уровнем связи универсума и протяженности. Движение не исчерпывается одной количественной характеристикой и требует также качественных оценок. Это обстоятельство говорит о более глубокой сути категории движения сравнительно с категориями пространственной протяженности и временной длительности и позволяет понять важность тезиса: «Движение есть сущность времени и пространства»[1].

Необходимым условием для признания за движением того

[1] В. И. Ленин. Полн. собр. соч., т. 38, стр. 253.

значения, которое ему придается в настоящее время при рассмотрении бесконечного, является отождествление понятий движущейся материи и материального движения.

Первым, кто высказал мысль о тождественности движущейся материи и материального движения был английский философ Джон Толанд (1670—1722 гг.). В юности Толанд проявил высочайшее чувство собственного достоинства. За участие в мятеже он был приговорен к смерти, но учитывая его возраст (пятнадцать лет) судьи предложили ему самому выбор между двумя видами наказания — смертной казнью или ежегодным публичным телесным наказанием. Толанд выбрал первое.

Никто из биографов Толанда не усмотрел внутренней связи между этим эпизодом и его учением о движении. Между тем, возможно, это сочетание и не является таким уж случайным. Как бы то ни было, но именно Толанд, эпизод из моральной жизни которого стал эпизодом в нравственной жизни всего человечества, дал и учение о движении, вошедшем в золотой фонд осмысливания человечеством общемирового целого. Принцип, согласно которому морально-этическая установка человека сказывается и на его научных интересах, проявляется здесь довольно отчетливо.

В противоположность мнению Ньютона и Декарта, полагавших, что движение сводится к механическому перемещению пассивной материи, Толанд понимает движение как неотъемлемую от материи внутреннюю активность, без которой нет и самой материи. Это стало отправной точкой для более глубокого и диалектического исследования уже известных ранее (под именем «апории Зенона») трудностей физиками и философами, «стоявшими на плечах» Толанда.

Содержание апории «Стрела» сводится к следующему. Согласно закону исключенного третьего формальной логики на вопрос, обладает ли нечто тем или иным свойством, нельзя отвечать двояко, т. е. говорить и «да» и «нет». Но на вопрос «находится ли летящая стрела в данный момент времени в определенном месте своей траектории или не находится» оказывается нельзя дать ответ в этом духе. Действительно, если сказать, что стрела в данный момент времени находится в определенном месте своей траектории, то это будет означать, что она в этот момент покоится. Поскольку все моменты времени и все участки траектории равноправны, это же можно повторить о любом другом моменте, любом другом участке траектории и таким образом окажется, что стрела всегда по-

коилась и тем не менее совершила свой полет, что явно абсурдно. Если же сказать, что стрела не находилась в данный момент времени в определенном месте своей траектории, то опять в силу равноправия всех моментов времени и всех мест траектории этот ответ можно распространить на все остальные моменты и все остальные места, и окажется, что стрела, не находясь за время полета ни в одном месте своей траектории, тем не менее прошла весь свой путь, что не менее абсурдно.

Таким образом, на вопрос «находится ли в данный момент в данном определенном месте летящая стрела» в рамках формально-логического «да-да, нет-нет», ответа найти не удается.

Решить вопрос можно только с позиций парадоксальной логики, диалектики, а это значит, что даже при простейшей форме движения, механическом перемещении, мы сталкиваемся с явлениями, для понимания которых необходимо покинуть область обычных путей человеческого мышления, приспособленного к особенностям объектов нашего ближайшего окружения.

Такой же вывод вытекает и из рассмотрения другой апории Зенона — «Ахилл не догонит черепаху».

Подобно Демокриту, ясно осознавшему трудности проблемы бесконечного при оперировании с бескачественной протяженностью как единственно возможным материалом для построения мира и введшего наряду с протяженными атомами непротяженные амеры, Зенон видел трудности этой проблемы и причины этих трудностей. Если мир имеет в своей основе не нечто единое, а нечто множественное, например, множество отличных друг от друга элементарных частиц, то эти частицы, по мнению Зенона, одновременно должны быть и настолько малыми, чтобы вовсе не иметь протяженности, и настолько большими, чтобы равняться протяженности мира в целом. С одной стороны, по мнению Зенона, эти частицы не имеют вовсе протяженности, потому что, будучи последними частицами, т. е. частицами, которые в свою очередь не состоят уже из каких-либо других частиц, они являются неделимыми, т. е. точками. Точки же, будучи прибавляемы, не увеличивают то, к чему их прибавляют, и, будучи вычитаемы, не уменьшают то, из чего их вычитают, следовательно, точки есть ничто, нули.

С другой стороны, если предположить, что каждая из множеств таких элементарных частиц есть не нуль, не точка, а нечто протяженное, имеющее конечную величину и, следовательно, имеющее части этой протяженности, то каждая часть этой протяженной частицы имеет в свою очередь протяженность и некоторое расстояние от соседних частей, затем уже по отношению к этой части можно вновь повторить такое же рассуждение, и так до бесконечности, т. е. ненулевая протяженная элементарная частица оказывается такой же бесконечно большой, как и весь мир в целом[1].

Эти соображения Зенона мало отличаются от рассуждения акад. Ландау: «Под элементарными частицами подразумеваются частицы, которые во всех физических явлениях принимают участие только как целое, т. е. не имеет смысла говорить об их частях... Очевидно, что если бы элементарная частица обладала бы конечными размерами, то она не должна была бы быть деформируемой, так как понятие деформации связано с возможностью независимого движения отдельных частей тела. Но, как мы только что видели, теория относительности показывает невозможность существования абсолютно твердых тел. Мы приходим, таким образом, к весьма существенному результату, что элементарные частицы не могут иметь конечных размеров, а должны рассматриваться как геометрические точки»[2].

Совпадение мыслей Зенона и Ландау говорит о том, что до последнего времени не было конкретного материала для того, чтобы сказать новое слово в понимании этого вопроса.

Рассмотрение этих апорий показывает, что даже самый простейший, минимальный анализ обычного механического перемещения неизбежно ведет к максимально широкой проблеме понимания конечности — бесконечности мира в целом и что такой анализ не может быть проведен в рамках формальной логики. Поскольку содержание понятия протяженности и длительности исчерпывается терминами формальной логики и поскольку нельзя отрицать наличия связи движения с пространством — временем, постольку возможность нетождественности пространства — времени с протяженностью делается более или менее очевидной.

Вместе с тем очевидна бесперспективность попыток осмысления по отдельности пространства, времени и движения и интерпретации общемирового целого. Однако структура

---

[1] См.: «История философии». Под ред. Г. Ф. Александрова и др., М., 1940, стр. 74.

[2] Л. Ландау и Е. Лифшиц. Теория поля. М.—Л., 1948, стр. 84.

Зак. 7172

обыденного языка именно и приспособлена к такому раздель-
ному рассмотрению пространства, времени и движения.

«Размывание» граней между ними в какой-то мере осуще-
ствляется только в рамках языка математики и современного
естествознания, в рамках же обыденного языка, каким поль-
зовался Голанд, для этого процесса были созданы только фи-
лософские предпосылки.

§ 3. Бесконечное и проблема индивидуации (в связи с количеством—качеством)

Как уже упоминалось, проблема бесконечности мира обы-
но сводится к проблеме бесконечности пространства — време-
ни, а эта последняя — к вопросу о количественной характери-
стике пространственной протяженности.

Рассмотрение содержания категорий количества — качест-
ва поэтому неизбежно при исследовании проблемы бесконе-
ного.

Обычным возражением против тех, кто пытается учест
антропоморфный элемент в нашем представлении о мире, я
ляется утверждение о строгости и независимости математ
ческих понятий. Действительно, в какой-то степени поняти
математики могут быть независимыми от обыденных образ
и представлений. Но это только до определенной степени, т
как полная независимость была бы нежелательной для само
математики. Если бы математик утверждал, что «X» сущес
вует потому, что он дает соответствующее определение, сове
шенно не считающееся с тем, что говорит об этом внешн
мир, то это подорвало бы основу основ как математики, т
и любой науки вообще — постулат единственности феноме
Вселенной (так как тем самым творилась бы другая, «ма
матическая Вселенная»). Независимость подобных понятий
абсолютна, и, следовательно, в любой науке, в явной и
скрытой форме, существуют элементы антропоморфизма. Из
жать их невозможно, как невозможно обойтись в контактах
внешним миром без органов чувств. Но вполне возможно
процессе все более углубленного познания мира учесть уде
ный вес таких представлений и дать оценку степени соотв
ствующих искажений.

Смысл обыденного содержания слов «количество» и «ка
ство» сказывается в том, что понятие количества перво
чально появляется в форме отрицания качественного мно
образия окружающего нас мира. Переход от именованных

сел к числам вообще, от числа яблок к числу беспредметно-
му, является одним из наиболее кардинальных этапов разви-
тия мышления и ребенка, и дикаря. Однако, став впослед-
ствии привычным, представление беспредметного числа де-
лается, в свою очередь, отправной точкой для определения
качественного многообразия окружающего нас мира.

Таким образом, при определении удельного веса антропо-
морфных тенденций в понятиях качества и количества необ-
ходимо учитывать прямо противоположный смысл этих тен-
денций в периоды до привыкания к смыслу беспредметного
числа и после него. Какой период требует большей поправки,
как и до какой степени отходил смысл соответствующих пред-
ставлений от реальности — этот вопрос специального исследо-
вания. Конкретно что-либо по этому поводу можно будет ска-
зать лишь тогда, когда удастся хотя бы на атомно-молеку-
лярном уровне сравнить, например, то, что мы называем
«треугольником» с соответствующей структурой в человече-
ском мозгу.

Здесь же при общефилософском рассмотрении достаточно
указать на такую перспективу и иметь ее в виду в процессе
дальнейшего исследования смысла количества и качества.

Обратимся к историко-философским интерпретациям в
рамках обыденного языка понятий качества и количества.

Аристотель определял качество как «...все то (нечто та-
кое), благодаря чему предметы признаются так или иначе ка-
чественно определенными»[1], а количество как «числовое вы-
ражение качества»[2].

Так же почти говорил о качестве и количестве Гегель.
«Качество есть в первую очередь тождественная с бытием
определенность, так что нечто перестает быть тем, что оно
есть, когда оно теряет свое качество, а количество есть...
внешняя бытию, безразличная для нее определенность»[3].

Поскольку эти определения основаны на самоочевидности
понятий «отдельный предмет», они ничего не могут дать для
интерпретации природы мира в целом.

Понятие «один» неприменимо к миру в целом, поскольку
нет «одного» без «многого», а по отношению к единому миру
такой ход мысли недопустим.

Аналогия между количественно-качественным процессом
Вселенной и количественно-качественным процессом, напри-

---

[1] Аристотель. Категории. М., 1939, стр. 14—15.
[2] Там же, стр. 26.
[3] Гегель. Соч., т. 1. М., 1929, стр. 145.

мер, при переходе кислорода в озон беспочвенна также потому, что в том или ином отдельном процессе изменение количества происходит за счет привлечения новых количеств извне (в самой двухатомной молекуле кислорода нет третьего атома, за счет которого образуется озон). Но о каком привлечении какого-либо количества извне можно говорить при рассмотрении Вселенной?

Представление о качестве как об определенности объекта, благодаря которой он отличен от других объектов, неприменимо к миру в целом, так как исходным пунктом понятия «мир в целом» является именно отсутствие иных миров, единственность феномена Вселенной.

Сохраняя как исходное и самоочевидное понятие «один», не выигрывают ничего и в том случае, когда вместо «одного предмета» говорят об «одном качестве», «одной системе» и т. п.

Вся разница при рассмотрении мира в целом сводится к тому, что вместо дурной бесконечности предметов, получают дурную бесконечность качеств или систем—атом, звезда, галактика, метагалактика, метаметагалактика, и т. п.

Все это вынуждает, во-первых, сделать вывод о бесперспективности использования при интерпретации Вселенной понятий качества и количества без решения проблемы индивидуации и, во-вторых, обратить внимание на те истолкования качества и количества, которые сопричастны проблеме индивидуации.

По нашему мнению, такими истолкованиями качества и количества являются утверждения Лейбница, Бергсона и Рассела.

«Согласно принципу тождества неразличимых, который Лейбниц дедуцировал из своего принципа достаточного основания, невозможно, чтобы существовали вещи, которые отличаются sole numero или только потому, что их две, а в остальном были бы полностью подобны. В своем четвертом письме Кларку Лейбниц пишет: «Полагать две вещи неразличимыми означает полагать одну и ту же вещь под двумя именами»... Монады Лейбница взаимно независимы, но для того, чтобы они образовали одну Вселенную, каждая по-своему отражает весь процесс Вселенной»[1].

Бергсон полагал, что количественное, числовое, экстенсивное (один, два, больше, меньше) неприложимо к качественному, интенсивному, что понятия «два качества», «более интенсивная боль» и т. п. внутренне самопротиворечивы.

[1] А. Бергсон. Время и свобода воли. М., 1910, стр. 79.

Рассел не рассматривает понятия качества и количества как основополагающие, ключевые, и к проблеме индивидуации он подходит не в результате углубления в смысл понятий качества и количества (как Бергсон), а в результате углубления в смысл понятий «факт» и «вера», которые именно и являются, по Расселу, основополагающими, ключевыми.

Под «фактом» Рассел понимает нечто имеющееся налицо, независимо от того, признают его таковым или нет. Например, фактом является то, что солнце светит, что Цезарь перешел Рубикон и т. п. Факт определяет истинность или ложность утверждения.

Истинность, по Расселу, есть свойство веры. Истина заключается в определенном отношении между верой и фактами. Под верой он понимает такое состояние сознания или тела, в котором организм действует в отношении чего-то чувственно ему не данного (когда кошка ждет у норы мышь, когда ученый работает над доказательством закономерности, еще не проявившейся и т. п.).

Вместе с тем Рассел замечает, что во времена Шекспира пределом скептицизма считались слова: «Сомневаюсь, что звезды—огонь, сомневаюсь, что Солнце движется», т. е. принималось как факт, как нечто данное «налицо» движение Солнца вокруг Земли. В наше время это не факт, не нечто данное «налицо». Поэтому в системе Рассела вопрос о критерии для определения реальности этого «налицо» остается открытым.

В своей книге «Человеческое познание» Рассел ставит вопрос: как мы определяем то различие, которое заставляет нас различать два объекта в перечне? Он дает такой ответ: особенное образуется благодаря качеству (Лейбниц), особенное определяется пространством — временем (Фома Аквинский), особенное дается числовыми различиями (современная физика).

Второй ответ можно свести к третьему, если считать, что пространственно-временные точки можно занумеровать числами. Возможно также сведение второго ответа к первому. Если А, например, есть красный цвет и он встречается в двух местах, то все же он есть одно качество, и для нахождения в «двух» местах А и В, а не одного А, нужно, чтобы А и В или не были качествами или были такими качествами, которые никогда не повторяются (при условии, что пространство

относительно, а не абсолютно, так как при абсолютности пространства самоочевидность отличия «двух» мест обусловливает автоматически приоритет второго ответа над первым).

Рассел склоняется к точке зрения Лейбница. Но он уточняет, что логически равноценным «качеству» является «комплекс сосуществования», выступающий как группа, в которой все члены сосуществуют друг с другом, и ничто, находящееся вне этой группы, не сосуществует с каждым членом группы. Другими словами, под комплексом сосуществования подразумевается значение пространственно-временной точки типа «я теперь».

В философской эволюции Рассела были как крайности наивного материализма, так и солипсизма. Примером первого может служить утверждение о самоочевидности понятия индивида: «То, что каждый индивид или каждый член некоторого класса есть в известном смысле один—это, разумеется, бесспорно; но отсюда вовсе не следует, что когда мы говорим о каком-нибудь индивиде, то уже предполагается понятие об «одном». Мы можем, наоборот, признать основным понятие об индивиде и выводить из него понятие об одном»[1].

Рассел в противоположность Лейбницу не считал «логическим абсурдом различие двух идентичных с виду состояний Вселенной»[2], т. е. в какой-то степени верил в объективный общемировой фон времени — длительности (Фейнман поддерживает в этом отношении Лейбница, полагая что бессмысленно говорить о сдвиге Вселенной во времени)[3].

В другую крайность Рассел впадает тогда, когда, например, объявляет математическое знание не априорным и не эмпирическим, а чисто условным, словесным: «Таким образом математическое знание перестало быть таинственным. Оно имеет такую же природу, как и «великая истина», что в ярде три фута»[4].

Обе эти крайности, конечно, обусловливали друг друга.

* * *

В настоящее время наибольший интерес представляют исследования проблемы количества—качества Б. М. Кедровым

[1] Цит. по кн.: Э. Кассирер. Познание и действительность. СПб., 1912, стр. 72.
[2] Б. Рассел. История западной философии. М., 1969, стр. 839.
[3] См.: Р. Фейнман. Указ. соч., стр. 92.
[4] Дж. Уитроу. Естественная философия времени. М., 1964, стр. 56.

и Л. Шиффом. Основное внимание Б. М. Кедров обращает на связь категорий качества—количества с категориями сходства—различия. При этом подчеркивается, во-первых, подвижность этих категорий, их относительность. Например, атомы водорода по отношению к другим, «внешним» атомам получают качественность на основе отличия от этих атомов, а по отношению к себе подобным, «внутренним» атомам они получают одинаковую качественность на основе сходства. Во-вторых, подчеркивается равноправие категорий качества и количества[1]. Последнее утверждение не было излишним, так как количественные изменения обычно истолковывались как «мелкие», «незначительные» и т. п.

Затрагивая проблему индивидуации в связи с принципом тождественности, Шифф отмечает, что в микромире «различие между рассеивающей и рассеиваемой частицами не имеет физического смысла»[2]. Это соответствует переходу от чисел к операторам, от наглядного расчленения реальности на пространство координат («вместилище движения») и пространство импульсов («собственно движение») к их ненаглядному слиянию.

Из работ Б. М. Кедрова и Л. Шиффа вытекает, что при использовании понятий «качество» и «количество» не следует считать справедливой ту же степень устойчивости определяемого ими содержания, как и при употреблении слов обихода. Привыкнув отдавать себе точный отчет о начале и конце, о границе, мы невольно требуем того же и от «качества», «количества», «формы», «содержания» и т. п. Нам представляется самоочевидной необходимость уловить грань между «одним» и «другим» качеством, между количеством и «начинающимся» с какого-то момента на его основе качеством — подобно тому, как начинаются деревья, люди, звезды, события политической жизни и т. п. По этой же причине кажется естественным вопрос о том, что происходит в тот момент, когда к двум атомам кислорода присоединяется третий, и кислород уже не кислород, но еще и не озон.

По-видимому, трудность подобных вопросов состоит в текучести объективных процессов, которая выше существующей в обыденной жизни нормы. Между понятиями «кислород» и «озон» есть резкая граница, между соответствующими струк-

[1] См.: Б. М. Кедров. О количественных и качественных изменениях в природе. М., 1946.
[2] Л. Шифф. Квантовая механика. М., 1959, стр. 256.

турами объективной реальности такой резкой границы може
и не быть.

Целесообразнее всего ориентироваться в соотношении ко
личество—качество на сходство—различие. Действительно,
мире мы не можем назвать ничего ни совершенно различног
ни совершенно сходного. Понятия «сходство» и «различи
выглядят как предельные абстракции, которым реально ниче
го не соответствует. Реально существуют только большие ил
меньшие степени сходства и различия, но ни в коем случа
не сходство и различие как таковые.

В соответствии с этим следует говорить не о количествах
или качествах как таковых, а о большей или меньшей степе
ни количественности и качественности. Более количественна
характеристика применима к более сходному, более качест
венная — к более различному. Нельзя объединить одной ко
личественной характеристикой граммы и градусы при обыч
ном уровне рассмотрения сходственности этих факторов. Лишь
в редких случаях сходство—различие может быть выражено
числами (10% сходства, 90% различия). Только в самых при
митивных случаях, где заведомо дается только один уровень
сравнения, например, сходство—различие черных и белых ша
ров в ящике, такое числовое выражение допустимо. Уже сход
ство—различие отца и сына явно лежит вне такого числового
выражения.

Чтобы более конкретно проиллюстрировать нашу мысль,
приведем соответствующую интерпретацию того же примера
с двумя атомами кислорода и тремя атомами озона.

Исходя из той степени сходственности атомной структуры,
которая доступна в настоящее время, делаются следующие
предположения. Каждый из трех атомов озона или двух ато
мов кислорода настолько лишен специфичности, качественно
сти, что говорить об их индивидуальности в том смысле, в ка
ком мы говорим об индивидуальности людей, звезд и т. п.,
нет смысла.

Природа односортных атомов принимается настолько одно
типной и нерасчлененной, что можно говорить о качествах
только всех атомов кислорода или озона в целом и, следова
тельно, рассматривать как качественный объект только хими
ческое соединение в целом («озон», «кислород»), но не рас
сматривать как качественный объект те части микрофизиче
ского субстрата химического соединения, какими являются
отдельные атомы.

Вместе с тем нельзя сказать, что потеря индивидуально-

сти атома имеет тот же уровень, как и потеря индивидуаль
ности элементарной частицей. Для элементарной частицы
справедлив принцип тождества, по которому система, где ча
стица № 1 находится в положении № 1, и частица № 2 на
ходится в положении № 2, тождественна системе, где ча
стица № 1 находится в положении № 2, и частица № 2 на
ходится в положении № 1. По отношению к атому современ
ная наука этого не предполагает, так как хорошо известны
нетождественные системы (молекулы), в которых одни и те
же атомы занимают различное местоположение.

Элементарная частица не имеет своего индивидуального
лица, каковое имеет, например, Наполеон, звезда Бетельгей
за и т. п. Она индивидуализируется лишь за счет координат
пространства—времени. Само пространство—время при этом
предполагается имеющим четко различные координатные «ча
сти», что и дает возможность говорить об «одной», «двух»
и т. п. элементарных частицах. Атом же занимает как бы
промежуточное положение между этими двумя типами инди
видуальностей.

Поскольку атом непосредственно связан с элементарными
частицами (валентная связь атома осуществляется именно
через элементарные частицы), то его промежуточное поло
жение вовсе не выглядит как промежуточность обычного сред
не-арифметического типа. А поэтому нет и оснований для ин
терпретации сходства—различия двухатомной молекулы кис
лорода и трехатомной молекулы озона по типу сходства—
различия двухкомнатной и трехкомнатной квартиры. Наглядные образы здравого рассудка в подобных ситуациях не помогают, а тормозят процесс проникновения в истинную сущность явления. Только в этом смысле «проблема различения одинаковых частиц является надуманной»[1].

Недопустимость арифметической одноуровневой интерпретации процессов сходства—различия может быть проиллюстрирована и дополнена также следующими рассуждениями.

Упомянутый выше принцип тождественности говорит о том, что элементарные частицы отличаются друг от друга только координатами, но не сами по себе (как, например, два стакана воды).

При понимании количества—качества как проявления сходства—различия это означает, что в микромире сходственность, количественность приписывается исключительно

---

[1] Д. И. Блохинцев Квантовая механика. М., 1949, стр. 447.

массе — энергии, а различие, качественность, неключительно пространству — времени.

В астрономии положение иное. Различие, качественность приписывается массе — энергии (Солнце отличается от других звезд тем, что оно есть именно Солнце, а не потому, что оно занимает какое-то место в пространстве—времени), а пространство—время истолковывается как однородный, сходственный во всех своих частях, т. е. чисто количественный фон.

Поскольку тем не менее пространство—время микромира связано с пространством—временем астрономическим, и поскольку то же самое можно сказать о массе—энергии элементарных частиц и звезд, то это свидетельствует о двух пересекающихся линиях перехода количества в качество и качества в количество. Одно направление: от количества—частицы к качеству—звезде, второе: от качества—пространства микромира к количеству—пространству астрономии.

Если допустить универсальность закона количественно-качественных переходов и считать, что уровень элементарных частиц, с одной стороны, и уровень астрономических объектов, с другой стороны, являются не завершающими ступенями этих количественно-качественных превращений, а только критическими точками перехода к каким-то другим, менее наглядным образованиям, то нарисованную нами фигуру перекрестной симметрии с точкой пересечения в доступной нам области мира можно дополнить симметричной ей другой такой же фигурой, продолжающей и замыкающей первую, с точкой пересечения в области мира, для нашего наглядного представления недоступной.

Сделаем некоторые выводы. Понимаемые на основе сходства—различия категории количества—качества не имели бы никакого отношения к интерпретации мира в целом, если бы сходство—различие при этом всегда понималось по типу сходства—различия черных и белых шаров в ящике — 90% черных, 10% белых и т. п. Поскольку в биологии, мышлении, жизни общества и т. п. тоже есть сходство—различие, но оно не сводится к арифметическим процентам на одном уровне, и поскольку мир в целом нельзя считать образованием более простым, то и приписывание миру в целом упрощенных характеристик типа «90%—этого качества, 10%—другого качества» не имеет под собой никакого основания.

Точно так же понимаемые на основе сходства—различия категории количества—качества не имели бы никакого отношения к интерпретации мира в целом, если бы понятие ка-

чества как того, что делает отдельный объект отдельным объектом, было логически самоочевидным. Но здесь нет логической самоочевидности, а есть логический порочный круг: отдельный объект определяется качеством, а качество—объектом. Почему «один» является одним — это кардинальнейшая проблема индивидуации, до сих пор не решенная.

По-видимому, здесь требуется та логика (а не обычный «здравый рассудок»), которая позволяла, например, Энгельсу утверждать, что в природе нет скачков потому, что она сплошь состоит из скачков.

Мир в целом не является геометрической мозаикой частей, хотя и «состоит» из частей. То же самое можно сказать и по отношению к понятию сходственности, различия, количества, качества.

Понятия чистой сходственности, чистого отличия, качества как такового, количества как такового и т. п. являются предельной абстракцией, не имеющей адэкватного прообраза. Нельзя допустить, даже абстрактно, возможность раздельного рассмотрения качества и количества для мира в целом, так как это будет означать рассмотрение мира в целом как предмета, имеющего сходство или отличие от «других» миров—предметов. Сходство—различие для мира в целом означает лишь предельное единство всех существующих в мире сходств—различий. Но сходство—различие для мира в целом не подразумевает выделения каких-либо всемирных качеств или количеств, которые в дальнейшем должны были бы вступить в новый количественно-качественный процесс и породить новое качество, выходящее уже за рамки «старого» мира.

Поэтому нет и общемирового прогресса. Под прогрессом подразумевается переход (по какому-то критерию определенный) от низшей ступени к высшей, а это означает, что при таком подходе необходимо наличие в прошлом какого-то момента с заведомо более низким уровнем развития общемирового целого, т. е. в каком-то смысле «начало» мира. В таком начале нет ничего криминального, если речь идет о конечной сфере Вселенной. Но признание такого начала — в обычном смысле этого слова — для мира в целом было бы в философском отношении возвратном к философии того периода, когда, по выражению Макса Борна, пытались открыть тайны природы, подстерегая бабочек на лугу.

Если же считать низкий уровень развития мира в прошлом не предельно низким (т. е. не началом) и видеть за ним бесконечный ряд еще более низких уровней развития, то

в этом случае, т. е. при условии бесконечного понижения уровня развития в прошлом, теряет свой смысл само понятие «более низкий — более высокий» уровень развития и вывод получается прежний. Можно говорить об уровне развития и степени совершенства биологического вида или звездной ассоциации, но как можно ставить вопрос об уровне развития мира, если нет отправной точки сравнения «внутри» самого мира и не с чем его сравнивать?

Бессмысленность представления о развитии мира в целом по типу развития объектов нашего ближайшего окружения подчеркивается также тем обстоятельством, что понятие единого объекта в едином процессе подразумевает и наличие единого времени этого процесса. Но для мира в целом никакого единого абсолютного времени нет.

§ 4. Бесконечное и проблема индивидуации (в связи с формой—содержанием)

Соотносительная категория форма — содержание имеет такое же отношение к попыткам осмысливания мира в целом, как и соотносительная категория количество — качество. Подобно тому, как человеческий здравый рассудок в течение тысяч лет связывал представление о бесконечности мирового пространства с бесконечностью измеряющего его числа парасангов, километров, парсек и оперировал в связи с этим понятием арифметического количества, точно так же человеческий здравый рассудок в течение тысяч лет связывал представление о бесконечном мировом пространстве с бесконечной повторяемостью геометрической протяженности и оперировал в связи с этим понятием геометрической формы.

Общеизвестно определение пространства как формы существования материи. Более трудно решить, в каком смысле пространство является формой существования материи.

В современной науке есть следующие мнения[1].

1) Пространство и время—это форма, движущаяся материя—содержание. 2) Пространство и время являются условиями бытия движущейся материи. 3) Пространство—время суть совокупность определенных отношений материальных объектов и процессов. 4) Пространство и время являются видами материи, допускающими возможность превращения

[1] П. С. Дышлевый, П. К. Кобушкин. Пространственно-временные представления общей теории относительности и некоторые проблемы космологии. Киев, 1962, стр. 13.

в другие виды (т. е. пространство, например, будучи тождественным гравитонам, может переходить в энергию и т. п.).

Чтобы иметь возможность дать хотя бы ориентировочную оценку достоинствам и недостаткам этих ответов, необходимо совершить небольшой историко-философский экскурс.

Словом «энтелехия», Аристотель хотел выразить то, благодаря чему мы воспринимаем мир красочным, качественно разнородным многообразием, а не однотипным, серым однообразием. Он не делал тайны из этого слова, напротив, всячески старался разъяснить смысл его. Хотя идея энтелехии, казалось, была ясна, серьезного истолкования она за тысячи лет не получила (как это было, например, со словами «энергия», «энтузиазм» и т. п.). Одни видели в энтелехии душу, другие—форму, третьи — творческое начало, четвертые — некоторую божественного характера силу и т. д.

Аристотель избегал крайностей сухого рационализма и беспочвенного мистицизма. Умеренность Аристотеля послужила основанием для того, чтобы люди религиозных веков, привыкнув к манипулированию с такими понятиями, как единство троицы, левитация, телекинезис и т. п., считали, что у Аристотеля все в целом правильно, только он немного путается в определении бога, перводвигателя и т. п. Но это считалось извинительным, поскольку он жил до Христа и Магомета. Та же умеренность Аристотеля послужила основанием для того, чтобы люди рационалистических веков, привыкнув манипулировать с такими явлениями, как паровой двигатель или космическая ракета, считали, что у Аристотеля все в целом правильно, плохо только то, что он верил в какой-то перводвигатель и т. п. Но это также считалось простительным, поскольку Аристотель жил до появления таких технических чудес, как конная железная дорога или межпланетные полеты.

Рационалисту нашего времени представляется, что сомнения Аристотеля по поводу природы связи между отдельным домом и домом вообще решаются очень просто — отдельный конкретный дом может быть одноэтажным или многоэтажным, деревянным или из сборного железобетона и т. д., дом же вообще не подразумевает этих конкретных признаков, имея в виду признаки всех домов какой-либо страны или даже всего земного шара, он характеризуется только такими общими чертами, как возможность жить в нем, наличие стен, пола, потолка и т. п. Думая о том, как Аристотель представлял себе мир в целом, рационалист наших дней также чувствует свое превосходство — ведь во времена Аристотеля видимая Вселенная про-

стиралась в лучшем случае на миллионы парасангов, а в современные телескопы мы видим галактики на расстоянии в миллиарды парсек.

Рационалисту как-то не приходит в голову, что Аристотель, во-первых, искал связь не между отдельным домом и домами всего земного шара (что представляется здравому рассудку пределом широты подхода), а между отдельным домом как отдельным предметом и миром в целом, т. е. Аристотель решал до сих пор не решенную проблему индивидуации, и, во-вторых, 10 миллиардов парсек ничем не лучше для понимания природы мира в целом, чем 10 миллионов парасангов. Если бы существовала цивилизация, телескопы которой охватывали бы наблюдаемую Вселенную в радиусе 10 милиметров, то, при условии обычного понимания «радиуса» как протяженности, мыслящая материя этой цивилизации, была бы не ближе и не дальше от разгадки природы мира в целом, чем мыслящая материя цивилизации, телескопы которой охватывали бы наблюдаемую Вселенную в радиусе 10^{100} миллиардов парсек.

Религиозные эпохи недооценивали в Аристотеле стремление к трезвому учету конкретных частностей, рационалистические — недооценивали у него стремление к видению мира в целом. Любую проблему Аристотель явно или неявно связывал с проблемой природы мира в целом, и поэтому, конечно, не могут найти общего языка с Аристотелем те ученые-рационалисты, для которых предельно широким, стоящим на грани фантастики является рассмотрение «области, достаточно большой, чтобы на ее границах поле от рассматриваемой системы было пренебрежимо мало»[1]. Само собой разумеется, не могли найти с Аристотелем общего языка и те, кто пренебрегая частностями, пытался осмыслить природу мира исключительно психологическими средствами экстаза, вдохновения и т. п.

Энтелехией Аристотель называл то, благодаря чему мир является не серой потенцией, а красочной актуальностью. «Первой сущностью каждой вещи, небесных и земных тел является не материя, а форма как энтелехия, как форма форм»[2]. «Скорее форма является природой, чем материя, ведь каждая вещь называется своим именем, когда она есть энтелехиально, а не когда она есть в потенции»[3].

Под материей Аристотель при этом подразумевал пассивный субстрат, из которого формообразующее начало формирует любые вещи, совершенно независимо от свойств этого субстрата. На этом основании Аристотель полагал, что понятие материи в таком смысле скорее следует отнести к разряду отношений, а не сущностей. Гоббс, связывая эту проблему с вопросом «что такое отдельная вещь?», спрашивал: будет ли корабль оставаться самим собой, если все доски его постепенно заменят. Следует заметить, что в настоящее время актуальность этой проблематики возросла и в конкретных науках[1] и в философии[2].

Аристотель отличает энтелехию от формы как чего-то стационарного, завершенного (наподобие формы статуи, формы стиха и т. п.). Это именно «форма форм», активное формообразующее начало, а не доступная наглядному представлению обычная геометрическая или ей подобная форма. Вместе с тем, энтелехия остается именно формой. В таком подходе нет ничего удивительного, так как нет какого-то обязательного для объективного мира стандарта формы, но есть лишь градация форм. Форма земного шара отличается от формы музыкального произведения, форма печатного знака отличается от формы движения и т. д.

В отличие от Аристотеля, явно отдававшего преимущество форме перед содержанием, Ф. Бэкон признавал равноправие категорий формы и содержания, истолковываемых в рамках подчеркнутого единства, даже как бы целостной слитности мира: «...в теле атома содержатся элементы всех тел, а в его движении и свойствах начала всех движений и свойств»[3].

Лейбниц счел возможным отделаться от парадоксов бесконечной делимости геометрической формы путем простого постулирования непротяженных монад и тем самым как бы «обошел» проблему формы—содержания. Пространство определялось им не как протяженность, а как структурность, порождаемая свойствами отдельных объектов, монад, качеств.

Но где критерий для определения отдельности, индивидуальности объектов, монад, качеств? Лейбниц считал его самоочевидным. Однако понятия «один», «отдельный» далеко не являются самоочевидным и по отношению к протяженным объектам, и по отношению к непротяженным качествам. С необосно-

---

[1] В. А. Фок. Теория пространства, времени и тяготения. М., 1965, стр. 10.
[2] Аристотель. Метафизика. М., 1935, стр. 115.
[3] Аристотель. Физика, ч. 1. М., 1936, стр. 30.

[1] В биологии, например, потеряло смысл деление на морфологию тонкой структуры клетки и физиологию — они слились в одну аллостерическую биологию, где принципиально не допускается рассмотрение «субстанции» клетки.
[2] См.: А. И. Уемов. Вещи, свойства, отношения. М., 1963.
[3] Ф. Бэкон. О принципах и началах. М., 1937, стр. 16.

ванной легкостью отбросив наблюдаемую протяженность, Лейбниц некритически сохранил представление «единицы», выработанное эмпирически тысячами предшествующих поколений. Ссылка на то, что мы интуитивно различаем одно качество от другого, просто повторяет безотчетную практику различения органами чувств живых существ «одного» объекта от «другого». В итоге получается объяснение отдельных качеств отдельными объектами и наоборот.

Гегель отличал формирующее начало от того, к чему усилия этого начала прилагались. Исходя из требования диалектики о равноправности контрагентов, Гегель официально признавал равноправие формы и формируемого, но по существу был ближе к Аристотелю, чем к Ф. Бэкону. Это видно из следующих его суждений: «Если абстрагироваться от всех определений, от всякой формы какого-нибудь нечто, то в результате остается неопределенная материя. Материя есть некое безоговорочное абстрактное. (Материю нельзя ни видеть, ни ощупывать и т. д.,—что мы видим или ощупываем, есть некоторая определенная материя, т. е. некоторое единство материи и формы). Однако это абстрагирование, из которого проистекает материя не есть внешнее устранение и упразднение формы, но как было показано, форма через самое себя низводит себя к этому простому тождеству»[1].

В настоящее время некоторые философы отдают предпочтение форме перед содержанием, другие видят их диалектическое равноправие, третьи отдают предпочтение содержанию перед формой.

Но более или менее общепризнанным, и с нашей точки зрения наиболее приемлемым, является, очевидно, признание неразрывной связи формы и содержания, а также градации характеристик формы: «форма без содержания должна быть непременно бесформенной... в различных аспектах формы степень ее относительной самостоятельности различна»[2].

Таким образом, сведения историко-философского характера о понятиях формы и содержания дают основание предполагать следующее. Соотносительная категория формы—содержания, подобно соотносительной категории количества—качества, является предельной категорией, не имеющей реальных прообразов. Чистой формы или чистого содержания не существует точно так же, как не существует чистого количества или чи-

[1] Гегель. Соч., т. 5. М.—Л., 1937, стр. 533—534.
[2] А. М. Минасян. Диалектическая логика. Ростов-на-Дону, 1966, стр. 241—242.

того качества. Существует лишь градация форм, подобная градации катализаторов живой материи.

Эту градацию, очевидно, нельзя понимать по типу иерархии управления в государстве. Есть все основания предполагать, что здесь восхождение к более высокому типу формы совпадает с более высокой степенью неразличимости формы и содержания.

По-видимому, здесь допустима аналогия из истории развития биологических знаний: на самом примитивном уровне биологии совершенно четко различимы содержание и форма (например, содержание, строение человеческого тела, и форма, функционирование соответствующих его органов), при более же глубоком проникновении в сущность процессов живого вещества это четкое разделение теряет смысл, и в настоящее время, структурная молекулярная биология начинает сливаться с функциональной молекулярной биологией. Ту же тенденцию к потере четкой отграниченности формы от содержания при все более глубоком проникновении в сущность явлений иллюстрирует и физика.

Можно считать установившейся в физике за последние десятилетия тенденцию к отказу от геометрической формы как чего-то само собой разумеющегося, исходного, изначального. Все больше и больше внимания акцентируется на движении. И это вполне понятно, ведь движение более богато, более качественно, гибко, чем геометрическая форма. Движение, а не геометрическую форму, геометрическую протяженность целесообразнее рассматривать как сущность пространства.

В понимании движения, как уже отмечалось, нет того застоявшегося, освященного тысячелетними традициями и привычками основания, которое неизбежно проявляется при рассмотрении пространства в качестве геометрической формы и требует ответа на вопрос: «а что же дальше?»... Движение не укладывается в рамки примитивного аспекта «больше—меньше». При рассмотрении движения представляется очевидным, что «величина» движения не исчерпывает смысла движения, которое даже в простейших своих проявлениях демонстрирует нечто более глубокое, чем примитивное арифметическое-геометрическое «больше—меньше». Постановка вопроса в плоскости «больше—меньше» по отношению к движению не заглушает остальные вопросы, как это имеет место при рассмотрении протяженной формы. Допустить по отношению к геометризованному пространству такую же многосторонность, какую здравый рассудок допускает по отношению к движению, мешает выхолащивание смысла пространства до уровня прими-

Зак. 7172

тивной геометрической формы вследствие отсутствия в диапазоне 10^{-13} —10^{28} см объектов наблюдения, не поддающихся арифметическо-геометрическому описанию. Что же касается движения, то даже в рамках обычного, присущего здравому рассудку словоупотребления, неизбежным спутником вопроса о величине движения является вопрос: «какого движения?» По отношению к пространству этот вопрос кажется излишним, так как несмотря на все многообразие «пространств» современной физики, все они пока остаются совершенно однотипным и однокачественным фоном, не имеющим перспектив развить в себе такие различия, какие давно уже известны в движении.

Если не ограничиваться рамками диапазона от 10^{-13} до 10^{28} см, то отказ от геометрической формы и тенденция к потере четкой грани между формой и содержанием, движением и движущимся, делаются еще более заметными.

Для описания процессов на уровне элементарных частиц вынуждены были прибегнуть к матричному исчислению, в котором уже нет примитивного арифметическо-геометрического противопоставления формы и содержания, операции и объекта операции.

О единичной матрице[1] уже нельзя говорить только как о величине (содержании) или только как об операторе (форме). Паули написал при помощи матриц определенного вида уравнение для частиц, обладающих спином, а спин не может быть охарактеризован ни как чистая форма, ни как чистое содержание.

Эддингтон[2] подчеркивал, что при определенных условиях роль констант, обычно выполняемая наглядными, простыми количественными характеристиками, может перейти к менаглядным фундаментальным тензорам.

Говоря о матрицах в уравнении Дирака, Д. Иваненко замечает, что они «...играют двойную роль: с одной стороны, они определяют форму этого уравнения; с другой стороны, являются геометрическими величинами»[3].

В. Г. Кадышевский подчеркивает необходимость отказа от

[1] Понятие матрицы относится уже к языку математики, используемой современным естествознанием, но здесь выход за рамки моделирования мира обыденным языком нам представляется необходимым (в отличие от дорелятивистского пространства—времени—движения и количества—качества, где такое более или менее четкое разделение на сферу моделирования обыденным языком и языком современной науки возможно).

[2] А. Эддингтон. Теория относительности. М.-Л., 1934.

[3] А. Соколов, Д. Иваненко. Квантовая теория поля. М.—Л., 1952, стр. 154.

примитивного деления реальности на протяженность и движение. За пределами 10^{-17} см понятие протяженности теряет смысл, а в некоторых случаях реальность непримитивно понимаемого движения доминирует над реальностью пространства координат.

Это свидетельствует о тенденции отрицания геометрической протяженности как исходного понятия в современной физике. «Идея протяженности частиц в ее обычном аспекте слишком классична, она, в сущности, предполагает части целого, наделенные той же физической природой, что и целое. Это обстоятельство обычно скрадывается в идее динамически деформируемого формфактора, но в аспекте динамически деформируемого формфактора неизбежно возникает вопрос о «структуре капли», о структуре «облака»[1].

В последние годы стало очень популярным в физике и философии понятие структуры. Для понятия структуры как конкретизации формы характерно подчеркивание тесной связи формы и содержания.

Следует отметить, что иногда правильные утверждения о схоластичности субстанционального содержания и важности структурного момента приводят к игнорированию проблемы индивидуации. По нашему мнению, это получилось у Эшби, когда он, приводя свой известный пример структуры связей игры, плача и смеха из замогилья, утверждал, что мы имеем здесь дело с чистой структурой, свободной от особенностей нашего ближайшего окружения. Расстояние от плача до атома или галактики, конечно, представляется огромным, но не бесконечным. И атом, и галактика, и плач имеют индивидуальность, что специфично только для диапазона от 10^{-13} до 10^{27} см. Электрон индивидуальности не имеет, а это доказывает зависимость структуры в примере Эшби от особенностей содержания, расположенного в диапазоне от 10^{-13} до 10^{27} см.

Ошибается также Эддингтон, приводя в качестве вершины свободного полета мысли слова из «Сна Геронтия» Ньюмена: «Духи и люди различными мерами измеряют, что больше и меньше в потоке времени... у нас (духов) промежутки времени и их последовательности измеряются только живой мыслью, они растут и уменьшаются вместе с ее напряже-

[1] См.: М. А. Марков. О нелокальных полях и сложной природе элементарных частиц. «Успехи физических наук», т. 21, вып. 3, 1953.

нием»[1]. Допуская однонаправленную шкалу «больше—меньше», он копирует нашу обыденную действительность.

Что касается возможности превращения формы в содержание и содержания в форму на уровне пространства, понимаемого как протяженность, то здесь следует сказать следующее. В обыденной действительности заключение о превращении формы в содержание и содержания в форму лишено смысла. Поэтому одинаковая интерпретация слова «превращение» в предложениях «вода превращается в пар» и «пространство превращается во время» является антропоморфизмом.

Это равносильно постановке вопроса о превращаемости или непревращаемости жизни в организм и организма в жизнь.

Жизнь как таковая и организм как таковой являются абстракциями, не имеющими прямого, непосредственного прообраза в действительности. Говорить о превращении жизни в организм или организма в жизнь бессмысленно, — хотя организм и жизнь имеют нечто общее и нечто отличное, хотя они взаимосвязаны друг с другом и отличны друг от друга, следовательно, логически как будто бы допускается возможность их взаимопревращения.

В окружающей действительности можно найти много примеров единства иного характера. Например, здание и его фундамент тоже находятся в единстве: нет здания без опоры на что-то, т. е. без фундамента, и не имеет смысла слово «фундамент», если не подразумевается что-то, на него опирающееся. Тем не менее здесь допускается иная степень объективной самостоятельности этих двух сторон одного объекта. Взятые по отдельности ни здание, ни фундамент не выглядят полной бессмыслицей. Жизнь или организм в отдельности являются именно таковыми.

Но если нельзя говорить о взаимопревращении жизни и организма и если не считать мир в целом менее сложным, чем живой организм, то идея превращения пространства во время (Гегель), времени в материю (Хойль), или времени в энергию (Козырев) не будет убедительна. При ином понимании слова «превращение» вопрос, конечно, остается открытым.

Есть основания полагать, что пространство мира в целом не является формой материи в смысле современной геометрии, т. е. миру в целом нельзя приписать какую-либо геометрическую конфигурацию, геометрическую протяженность, нельзя приписать ему общую координатную систему, найти в нем центр и периферию.

Вопрос о том, что в позитивном смысле можно приписать пространству мира в целом следует, по-видимому, решать на основании тезиса: более сложные стороны объективной реальности отражаются в понятиях сложных и ненаглядных (типа матриц Дирака, спинора и т. п.) глубже и точнее, чем в понятиях кажущихся здравому рассудку простыми и наглядными (типа сантиметр, секунда, единица и т. п.).

Этот тезис был высказан А. Н. Колмогоровым еще в 1936 г.: «Можно утверждать, что новейшее развитие математики делает ее ближе к действительности, позволяет ей охватывать большее разнообразие реальных явлений и изучать их с меньшей степенью схематизации, чем это могла делать классическая математика»[1].

Подобные мысли развивал Дирак о сущности электрона. «Электрон — это частица, переносящая небольшое количество электричества. Такой ответ немедленно приведет к возникновению нового вопроса: что такое электричество? Единственный ответ, который можно дать на этот вопрос, сводится к тому, что электричество есть то, что переносится электроном»[2].

Можно предполагать, что Дирак хотел этим подчеркнуть не порочный круг и бесперспективность в понимании глубинных вопросов мироздания, а бесперспективность попыток интерпретировать электрон с помощью образов и аналогий из сферы нашего ближайшего окружения. Но если такой подход не вызывает возражений по отношению к электрону и никто не надеется в будущем понять электрон в том плане, в каком можно понять механизм часов с кукушкой, то тем более такой подход не должен вызывать возражений по отношению к миру в целом, лишь одним из моментов которого является электрон.

В конечном итоге получается, что излагаемая здесь точка зрения не укладывается точно ни в один из четырех ответов, о которых шла речь в начале параграфа.

По нашему мнению, даже самое поверхностное знакомство с проблемами формы, содержания, количества, качества и т. п. заставляет усомниться в существовании некоторых незыблемых начал в этих вопросах, в частности, в достоверно-

[1] А. Эддингтон. Пространство, время и тяготение. Одесса, 1923. стр. 137.

[1] А. Н. Колмогоров. Современная математика. В Сб.: «Сборник статей по философии математики». М., 1936, стр. 335.

[2] П. Дирак. Электроны и вакуум. «Наука и жизнь», 1957, № 1.

сти постулата существования общемировой протяженности и постулата самоочевидности индивидуации. Пока это единственный вывод, который, по нашему мнению, можно сделать из рассмотрения категории формы—содержания в плане ее значения при интерпретации бесконечного.

§ 5. Бесконечное и конечное

Здравый рассудок определяет бесконечное как не имеющее конца, а конечное — как то, что имеет конец. Это имело бы смысл, если бы один из терминов был самоочевидным. Такую самоочевидность приписывают конечному. Но так как существует не только бесконечность накопления конечного, но и бесконечность деления конечного, то бесконечное производится от конечного, а конечное от бесконечного.

Наш мир оказывается, таким образом, между двумя бесконечностями. Человеческая мысль вынуждена, по выражению Паскаля, балансировать как бы на лезвии ножа. Здравому рассудку кажется, что лезвие шириной в 10^{40} см (от 10^{-13} до 10^{27} см) достаточно вместительно для того, чтобы наш ум не впал в безумие сторожащих по краям бесконечностей. Однако ищущая мысль исследователя всегда будет ближе к беспокойству Паскаля, чем к спокойной уверенности здравого рассудка.

Тайна бесконечности в пространстве и бессмертия во времени всегда была самым мощным катализатором, направляющим человеческую мысль на поиски истины. Практический мистицизм Аристотеля, сдержанный пафос Плотина, возвышенный ум Паскаля и Веронезе вдохновлялись именно этой тайной мироздания. Тем не менее, многие исследователи вообще не признают проблему бесконечности. Поэтому, говоря о моделировании мира в целом, необходимо показать, что эта проблема не сводится к другим проблемам, например, к проблеме абсолютного—относительного. Кроме того, мы рассмотрим некоторые аргументы в пользу нетождественности пространственности и протяженности для универсума.

Нередко дискуссии по тем или иным вопросам превращаются в диалог глухих потому, что спорящие стороны вкладывают различный смысл в одно и то же слово.

Но говоря о необходимости определения смысла используемых в споре слов, следует иметь в виду и другую сторону этого вопроса. Исходя из противоположной крайности, некоторые исследователи как раз и начинают с того, что берут

само слово как проблему, и рассмотрев, откуда это слово возникло и как оно связано с другими словами, делают отсюда соответствующие умозаключения. Так, например, Гоббс, решая проблему протяженности, исходил из смысла слова «протяженность», по которому получалось, что «все качества, кроме величины или протяженности, могут быть вызваны или разрушены»[1], и протяженность, таким образом, выступала как нечто исходное, не подлежащее дальнейшему анализу. (Правда, вопреки такой логике у Гоббса есть высказывание о том, что, возможно, источник протяженности кроется в импульсе)[2].

Говоря в таком плане о бесконечности, следовало бы начать с того, что бесконечность — понятие отрицательное, что прообразом бесконечного является неограниченно продолженный в обе стороны натуральный ряд чисел, что эта, так называемая «дурная бесконечность», обычно противопоставляется замыкающейся самой на себя «истинной бесконечности» Гегеля и т. д. Но можно начать и иначе. Можно начать с наблюдаемой нами пустоты безграничного космического пространства, в котором затеряны сгустки энергии звезд и галактик, с одной стороны, и данных наших приборов о запутанном узоре переплетающихся неиндивидуализированных сил микромира, порождающих образования такой малости, что наше воображение не в силах их наглядно себе представить, с другой стороны, а где-то на полпути между этими двумя сторонами — 14 миллиардов нейронов, полтора килограмма мыслящей материи, способной, очевидно, вобрать в себя каким-то путем все это.

Если остановиться на последнем варианте, то нет смысла сразу же давать определения словам «конечное» и «бесконечное». Действительно, что в данном случае, означало бы, например, определение конечного? Это было бы или решение проблемы индивидуации, а следовательно, и решение вопроса о природе бесконечного, или тавтология. Поскольку одно неосуществимо, а другое — нежелательно, то целесообразнее выводы о понимании конечного—бесконечного делать в конце, а начало связывать с тем, что дает предпосылки для рассуждения о бесконечном. И такой предпосылкой, конечно, является представление о протяженности.

Мы воспринимаем как самоочевидное величину своего те-

---

[1] Э. Мейерсон. Тождественность и действительность. СПб, 1912, стр. 177.

[2] См.: Дж. Уитроу. Указ. соч., стр. 163.

ла и размеры сравниваемых с величиной нашего тела пред
метов, а какое-то множительное устройство в нашем мозге
предлагает нам перспективу неограниченного удвоения, учет
верения и т. д. этой величины. То же самое повторяется в
обратную сторону: вновь какой-то механизм нашего мозга
рисует нам картину бесконечного прогресса, но на этот раз
в направлении неограниченного деления на две, четыре, во
семь и т. д. частей.

Некоторые исследователи усматривают кардинальную разницу между геометрической протяженностью, дискредитацию которой они допускают, и физической протяженностью, дискредитацию которой они рассматривают как переход, в конечном счете, на позиции солипсизма. Разница при этом между геометрической и физической протяженностью усматривается в том, что геометрическая протяженность — это лишенная качественности абстракция, а физическая протяженность — это объективная реальность. Но этим желаемое принимается за действительное. Если бы объективность протяженности нашего тела, Солнца и т. п. была доказана, то и весь вопрос был бы исчерпан. Вся суть дела именно в том и заключается, что подразумевая под протяженностью нашего тела или нашего дома нечто такое, что можно удваивать, учетверять и т. д. до бесконечности, мы, очевидно, отступаем от чего-то такого, присутствие чего помогло бы нам избежать тупика накопления миллиардов парсек, и игнорирование чего снимает всякую разницу между фиксируемой нашими органами чувств физической протяженностью и геометрической протяженностью.

Вся суть вопроса заключается, очевидно, в выяснении соотношения между реальностью и той особенностью структуры человеческого мозга, которая утверждает в нашем сознании принцип тождественной повторяемости, согласно которому, если наше тело можно разделить на две части, то его же можно разделить и на четыре части, если есть расстояние в одну астрономическую единицу, то может быть расстояние и в квинтильон астрономических единиц.

Исходя из этого, мы в дальнейшем, не делая различия между физической протяженностью и геометрической, будем подразумевать под протяженностью то, что известно в математике как определение протяженности по Грассману: «Протяженность имеет то свойство, что если из некоторого ее элемента A вытекает путем некоторого акта изменения другой элемент B той же природы, то из B путем того же акта изменения получается третий элемент ее — C»[1].

Сделав такие оговорки по поводу предмета дискуссии, можно попытаться сделать критические замечания по адресу тех исследователей, которые не видят в проблеме бесконечного проблемы.

На первом месте среди таких исследователей следует назвать крупнейшего математика первой половины XX в. Давида Гильберта.

Он писал: «Окончательное выяснение сущности бесконечного выходит за пределы узких интересов специальных наук и, более того, оно стало необходимым для чести самого человеческого разума. С давних пор никакой другой вопрос так глубоко не волновал человеческую мысль, как вопрос о бесконечном; бесконечное действовало на разум столь же побуждающе и плодотворно, как едва ли какая-либо другая идея; однако ни одно другое понятие не нуждается так сильно в разъяснении, как бесконечность»[2]. И далее: «В заключение мы хотим из всех наших рассуждений сделать некоторое резюме о бесконечном — общий вывод таков: бесконечное нигде не реализуется. Его нет в природе, и оно недопустимо как основа нашего разумного мышления, — здесь мы имеем замечательную гармонию между бытием и мышлением»[3].

Основание для вывода о том, что нет бесконечного в природе, и, следовательно, не должно быть проблемы бесконечного в мышлении, Гильберт видел в том, что есть предел делимости материи — атом, и энергии — квант энергии, и есть предел накоплению протяженности Вселенной, поскольку возможна неэвклидова безграничная, но не бесконечная Вселенная. В области математики Гильберт видел основу для своего вывода в том, что парадоксы бесконечно малого и бесконечно большого снимаются при переходе к аксиоматическому методу, предложенному самим Гильбертом.

Время, прошедшее после 1925 г., когда Гильберт изложил свои мысли о бесконечности, работало против этой идеи Гильберта. Неделимость элементарных частиц, не являющихся точками, выглядит сейчас не менее парадоксально, чем бесконечная делимость во времена Гильберта. Не были реше-

---

[1] Г. Грассман. Чистая математика и учение о протяженности. В сб.: «Новые идеи в математике», № 1. СПб, 1913, стр. 75—76.
[2] Д. Гильберт. Основания геометрии. М.—Л., 1948, стр. 341.
[3] Там же, стр. 364.

ны и трудности безграничной, но не бесконечной неэвклидовой Вселенной.

Поэтому, имея в виду приводившиеся выше оговорки по поводу того, что проблема бесконечного — это проблема интерпретации природы мира в целом с учетом характера самого интерпретирующего аппарата, следует, очевидно, считать недосказанным тезис о нереализуемости бесконечного. Требование, чтобы природа мира как целого исчерпывающе проявилась в мизерном интервале от атома до Метагалактики за какие-нибудь 8—10 тысяч лет цивилизации, выглядит слишком самонадеянным даже в устах такого гения, как Гильберт. Может быть, пройдут миллионы лет цивилизации и на диапазон от атома до Метагалактики будут смотреть так же, как теперь смотрят на диапазон от хутора до деревни, а природа основных черт мира все еще будет тайной. Но из этого вовсе не будет следовать вывод, что проблема бесконечного перестанет быть проблемой.

Главная же ошибка Гильберта в этом отношении, по нашему мнению, заключается в том, что считая трудным и парадоксальным вопрос о бесконечном, он считал простым вопрос о конечном. Он предполагал, что, заменив понятие непротяженной точки понятием не обязательно непротяженного элемента, можно уйти от парадоксов бесконечного, — как будто любая конечная протяженность не заключает в себе потенциально все эти парадоксы. Другими словами, Гильберт, по существу, игнорировал проблему индивидуации, без учёта которой, как показывает история проблемы бесконечного, нет смысла и приступать к анализу природы мира в целом. Связано это было, возможно, с тем, что Гильберт, говоря о Вселенной, подразумевал протяженность в смысле Грассмана, а говоря об атоме, по-видимому, имел в виду что-то иное.

Главным аргументом тех, кто в наше время считает принципиально невозможным сказать что-либо о мире в целом, является, как уже упоминалось, теорема Геделя. Согласно этой теореме, находясь в рамках той или иной формализованной системы, нельзя ни решить, ни даже поставить вопрос о характере этой системы в целом. Конечно, язык, и математический и нематематический, с помощью которого мы хотели бы что-то сказать о мире в целом, сам находится в рамках этого мира. Но для того, чтобы распространить теорему Геделя на мир в целом, необходимо прежде доказать, что мир является формализируемой системой, т. е. мозаикой четко отграниченных друг от друга индивидуальностей на фоне

общемировой протяженности. Пока такого доказательства нет, заявления о том, что Гедель «с математической точностью» доказал принадлежность проблемы бесконечного к классу псевдопроблем, не являются достаточно обоснованными. Многим это совершенно ясно. Например, Эшби выдвигает идею о регулировании жизни человечества с помощью систем, выработанных самим человечеством[1], хотя это явно несовместимо с теоремой Геделя.

Не останавливаясь больше на теориях, полностью отрицающих проблему интерпретации мира в целом, обратимся к теориям, которые, не отрицая полностью проблему бесконечного, считают возможным замену ее другой проблемой.

Проф. В. И. Свидерский считает, что проблему конечного—бесконечного можно свести в конечном счете к проблеме абсолютного—относительного: «В самом деле, реальная бесконечность должна представляться лишь в тесной связи с соотношением абсолютного и относительного. Она выражает лишь то понятие, что абсолютная природа движущейся материи проявляется через конкретные относительные качественные состояния с присущими этим состояниям количественными характеристиками»[2]; «...понятие бесконечности материи философски тождественно в данном случае с понятием абсолютности ее существования и ее превращений, объективности, субстанциональности»[3].

Целесообразность использования при трактовке мира в целом представлений абсолютности—относительности, прерывности—непрерывности, причины—следствия, формы—содержания, количества—качества и т. п., т. е. целесообразность использования при трактовке конечного—бесконечного любых представлений достаточно универсального характера, не может вызывать никаких возражений. В частности, использование понятий абсолютное—относительное, количество—качество при трактовке мира в целом позволяет утверждать, что не может быть абсолютизирована ни одна конкретная количественная характеристика, т. е. не может быть бесконечным, например, число атомов, звезд, метров, часов и т. п. Все относительно, кроме самого принципа относительности.

Со всем этим можно согласиться. В какой-то мере это соответствует тому, что выше говорилось об отсутствии в мире

---

[1] См.: У. Р. Эшби. Введение в кибернетику. М., 1959, 381—383.
[2] «Ученые записки ЛГУ», 1958, № 248, стр. 32.
[3] В. И. Свидерский. Философское значение пространственно-временных представлений в физике. Л., 1956, стр. 276.

чего-либо застывшего, раз навсегда данного, кроме одного—абсолютно неизменного факта самого существования феномена Вселенной.

Можно назвать еще некоторые моменты, подчеркивающие близость понятий абсолютного и бесконечного: как бесконечное состоит из конечного, но не сводится к нему, точно так же абсолютное состоит из относительного, но не сводится к нему; как нельзя исчерпать смысл бесконечного, как бы увидеть ее «позади себя», точно так же никогда нельзя исчерпать смысл абсолютного, увидеть его «позади себя» и т. д.

Но существуют и специфические трудности в трактовке бесконечного, которые при всем желании никак не удается столкнуть в абсолют.

Как и бесконечное, абсолютное неисчерпаемо, но перспективное понимание абсолюта как полного совпадения объективного прообраза с субъективным образом по отношению к миру в целом не вызывает никаких сомнений. Поэтому не имея «за спиной» абсолютную истину, мы имеем отчетливое перспективное представление о ее характере, о ее природе. Ничего подобного нельзя сказать о бесконечном. Независимо от того, назвать ли это бесконечностью или абсолютностью, нам необходимо, прежде всего, решить вопрос о природе объективного содержания, которое мы назвали этими терминами, т. е. вопроса о природе того процесса, который здравый рассудок воспринимает, с одной стороны, как безграничное поглощение миллиардов и миллиардов парсек космического пространства лучом света, фотонной ракетой или усилием мысли, и, с другой стороны, как безграничное деление, не имеющее возможности задержаться ни на молекуле, ни на атоме, ни на элементарной частице, ни на кварке, ни вообще на чем бы то ни было, как бы оно ни было исчезающе мало.

Представление это, по всей видимости, примитивное, его следует как-то уточнить, но просто игнорировать вопрос о природе космических и атомарных расстояний, очевидно, нецелесообразно. Поэтому, с нашей точки зрения, в гипотезе профессора В. И. Свидерского о сводимости бесконечного к абсолютному присутствует тот же недостаток, что и в высказываниях Гильберта: не обращается достаточного внимания на проблему индивидуации, берутся как само собой разумеющиеся понятия конечного, единицы, числа, отдельного метра, отдельной секунды, отдельной звезды и т. д.

На гипотезах, которые сводят вопрос о природе бесконеч-

ности мира к вопросу об устойчивом—изменчивом, о непрерывном—прерывном, о причине—следствии и т. п., мы останавливаться не будем, поскольку ход рассуждений был бы во всех этих случаях аналогичный. Почти все доказательства по природе универсума производятся языком, использующим математическую символику. Но и в рамках обыденного языка можно усомниться в правильности представлений здравого рассудка о бесконечном, например, в том, что бесконечность пространства — это просто сумма кубометров, а бесконечность времени — это сумма часов.

В этом плане мы напомним те трудности, которые возникают при интерпретации места нашего диапазона в общемировом целом и при истолковании различия между близкодействием и дальнодействием.

Если учесть гипотетический гравитон, радиус которого определяют в 10^{-52} см, то и тогда весь доступный нам диапазон не превысит 10^{100} см. По сравнению с постулируемым здравым рассудком фоном бесконечной протяженности этот диапазон исчезающе мал. Перед лицом бесконечности не только 10^{100}, но и 10^{100000} см выглядит полнейшим ничтожеством. С точки зрения логики бесконечности таких диапазонов заключено несчетное множество внутри самого малого для нас предела 10^{-52} см и точно так же вне самого большого (в настоящее время) для нас предела 10^{27} см.

Отсюда вполне естественно поставить вопрос: если наш диапазон от 10^{-13} до 10^{27} см есть лишь один из несчетного множества других, то: 1) занимает ли он какое-то особое место среди этих иных диапазонов? 2) представляет ли он собой какое-то очередное звено в упорядоченной каким-то образом цепи таких диапазонов? 3) тождественен ли он всем остальным диапазонам?

Если считать бесконечный общемировой фон протяженности, допускающий неограниченное деление и накопление, неотъемлемым свойством общемирового пространства, то протестовать против законности постановки этого вопроса невозможно. Однако и все допустимые ответы на этот вопрос оказываются тоже невозможными.

Действительно, считая, что наш диапазон занимает исключительное место, является центром, вершиной среди мириада мириад остальных диапазонов, ничем с точки зрения геометрической протяженности не хуже нашего, мы становимся на позицию тех, кто считал Землю естественным центром Вселенной. Трудно усмотреть что-либо научное в такой позиции.

Сталкиваются с большими трудностями и те, кто считает возможным существование более развитых состояний материи в других диапазонах. Религиозное сознание на пределе возможностей своей фантазии еще может допустить мысль о существовании мышления, стоящего на более высоком уровне, чем наше. Религиозное воображение приписывало этому всемогущему и бессмертному божественному мышлению тело, состоящее изо всей видимой Вселенной, наделяло его способностью управлять каждым атомом и каждой звездой так же, как управляет атомами своего мозга человеческое мышление. Предполагалось, что подобно тому, как находящаяся в библиотеке собака видит книги, страницы, знаки, но не улавливает в них того внутреннего смысла, который доступен человеку, точно так же сам человек, находясь в этом мире, внешним образом видит Землю, животных, звезды, но не улавливает в них того внутреннего смысла, который доступен богу. Все это еще не выходит за рамки возможности человеческого воображения. Но человеческое сознание явно отказывается принять идею иерархии уровней мышления в духе бесконечности натурального ряда чисел.

Наконец, считая, что уровень развития материи в других диапазонах не выше и не ниже уровня развития материи в нашем диапазоне, т. е. что все видимое нами повторяется и в более крупном масштабе, и в более мелком, мы приходим к давно известной и никогда не пользовавшейся большой популярностью идее преформизма. Мир в этом случае уподобляется японским куклам, вложенным друг в друга: атомы представляют собой такие же звездные миры с планетами и цивилизациями, а наши звезды—это атомы какого-то соответственно увеличенного мира, являющегося в свою очередь только мельчайшей единицей для следующего такого же, но еще раз увеличенного мира, и так до бесконечности. Бесперспективность такого варианта не требует доказательства.

Таким образом, все три ответа оказываются не внушающими большого доверия. Поскольку все они неразрывно связаны с идеей бесконечного общемирового фона протяженности, то же самое можно сказать и об этой идее.

Представление о бесконечном однородном общемировом фоне пространственной протяженности оказывается несовместимым также с прочно утвердившимся в современной физике различием между дальнодействием и близкодействием. Дальнодействие подразумевает мгновенную передачу взаимодействия, т. е. взаимодействие с бесконечной скоростью. Близкодействие подразумевает передачу взаимодействия с конечной скоростью.

Как известно, на вопрос, конечна или бесконечна скорость взаимодействия, материалистическим ответом считается первый и, соответственно, дальнодействие с его бесконечной скоростью представляется порождением идеализма: «Физика должна представлять действительность в пространстве и времени без мистических дальнодействий»[1].

Но что представляет собой материалистическое близкодействие по сравнению с идеалистическим дальнодействием? Сущность его в том, что взаимодействие считается происходящим «не непосредственно между двумя удаленными точечными массами, а между точками поля, находящимися на бесконечно малых расстояниях друг от друга»[2].

Поскольку геометрическая точка есть предел бесконечного уменьшения геометрического объема, ее следует исключить из рассмотрения, так как признание актуальной реальности предела бесконечного уменьшения геометрического объема равносильно признанию реальности предела бесконечного увеличения геометрического объема. Следовательно, речь в данном случае может идти только о каких-то исчезающе малых, но не точечных объемах.

Иллюстрацией того, что современная физика отказывается говорить о непосредственно соседних точках, может служить так называемое условие Блоха: «...два одновременных измерения в разных точках (на пространственно-подобной поверхности) не должны интерферировать, как бы близки ни были расположены эти точки»[3]. Однако с точки зрения геометрической бесконечности любой исчезающе малый геометрический объем ничем принципиально не отличается от невообразимо больших нагромождений космических геометрических объемов. С точки зрения геометрической бесконечности пылинка нашего мира представляет собою такой же громадный мир. В свою очередь, то, что по своим геометрическим размерам будет пылинкой в этом «мире», будет представлять собой еще один «мир» и так до бесконечности.

Следовательно, то, что будет близкодействием для геомет-

---

[1] Письма Эйнштейна Борну от 3.XII.47 г. В сб.: «Эйнштейн и современная физика». М., 1956.

[2] П. Г. Бергман. Введение в теорию относительности. М., 1947, стр. 204.

[3] П. Намбу. Структура матрицы рассеяния. «Проблемы современной физики», 1957, № 2.

рических масштабов 10^{-76} —10^{27} см, окажется дальнодействием для масштабов 10^{-180} — 10^{-70} см, то, что будет близкодействием для таких масштабов, окажется дальнодействием для масштабов 10^{-270}—10^{-180} см и т. д. Следовательно, разница между близкодействием и дальнодействием оказывается чисто арифметической: неприемлемость дальнодействия сохраняется для меньших масштабов, в то время, как тоже явление в больших масштабах выглядит как близкодействие.

Какая разница, с точки зрения геометрической бесконечности, говорить ли о мгновенном взаимодействии Солнца и звезды Центавра или о мгновенной передачи действия внутри «элементарной частицы», или о мгновенном взаимодействии «точек», находящихся на «бесконечно малых расстояниях друг от друга?».

Поскольку в бесконечно малом «мгновенность» действия допускается, а любое реальное бесконечно малое является одновременно и бесконечно большим (например, Земля в астрономии и в земной механике), задача о конечности—бесконечности скорости остается нерешенной.

Какой же вывод можно сделать из этого факта, напоминающего антиномию Канта? По-видимому, прежде всего нельзя считать непосредственными передатчиками взаимодействия непротяженные геометрические точки, передающие действие мгновенно, так как признавая объективно существующим предел математического бесконечно малого[1], геометрическую точку, нуль, необходимо признать объективно существующим и предел математического бесконечно большого, т. е. прийти к понятию предела геометризированного мира. С другой стороны, нельзя приписывать роль точки, передающей действие мгновенно, любому конечному геометрическому объему, передающему взаимодействие только за конечное время, так как передавая действие мгновенно, конечный геометрический объем любой малости будет повторять дальнодействие, но лишь в другом масштабе, и решение вопроса о близкодействии—дальнодействии не продвинется ни на иоту вперед.

При постановке вопроса в плоскости больше—меньше (близкодействие или дальнодействие, конечна или бесконечна скорость) вывод может быть только тем же, что и в антиномиях Канта: вопрос неразрешим не в силу того, что недоста-

[1] Имеется в виду объективное актуальное существование именно предела (точки) бесконечно малого, а не его объективных конечных прообразов, которыми могут быть и Земля, и молекула, и электрон, и любые другие объекты.

но изучены малые и большие скорости, электроны и га-
актики, но потому, что вопрос неразрешим принципиально,
сколько бы раз ни раскрывалась геометрическая структура
ектрона и «электрона электрона», это не продвинет вперед
шение вопроса о том, может ли быть скорость взаимодей-
вия бесконечной или она может быть только конечной.

Однако, как и антиномии Канта, этот вопрос разрешим, ли учесть, что сама постановка вопроса содержит в себе невозможность положительного ответа. Ограничивая вопрос о конечности—бесконечности корости взаимодействия рамками арифметически-геометрических идей, отождествлением пространственности и протяженности, заранее предрешают тупик в этом вопросе.

Таким образом, эти два примера, — неясность местоположения нашего пространственного диапазона в общемировом целом и равноценность близкодействия с дальнодействием при тождественности пространственности и протяженности), — дают некоторое представление об ошибочности упрощенческого подхода к проблеме универсума даже в рамках обыденного языка. Но основная часть этой проблемы, известная к настоящему времени, содержится, конечно, в данных математики и естествознания, к которым мы и обратимся в дальнейшем.

Зак. 7172

Глава II

МОДЕЛИРОВАНИЕ БЕСКОНЕЧНОГО ЯЗЫКОМ МАТЕМАТИКИ

§ 1. Бесконечное

«Математика — это наука о бесконечном»[1] — так начина свою книгу «О философии математики» Герман Вейль. этом определении есть значительная доля истины. Подтвер дением может служить статистика, показывающая, что по тие «бесконечность» является одним из самых употребите ных в фундаментальных работах по математике.

Не имея возможности рассмотреть все аспекты употребл ния понятия бесконечного в математике, мы остановим лишь на следующих вопросах: 1) соотношение между беск нечностью натурального ряда и бесконечностью в геометри 2) актуальная и потенциальная бесконечности; 3) бесконечн в проективной геометрии; 4) бесконечное в топологии; 5) б конечное и кантовская проблема «правого—левого»; 6) про лема градации бесконечного в теории множеств; 7) попыт дать общее определение бесконечного языком математики.

* * *

Как известно, со времен Гегеля арифметическую бескон ность числового ряда $1+1+1+ \ldots$ в силу ее бесперспектив сти именуют «плохой» или «дурной» бесконечностью. Приб ление новых и новых единиц, нагромождение одних числов гигантов на другие ввиду их полной тождественности с собны вызвать только скуку.

[1] Г. Вейль. О философии математики. М.—Л., 1934, стр. 5.

Геометрическая бесконечность на первый взгляд кажется более реальной, хотя бы потому, что она имеет своим источником единицу длины, длина же не исчерпывается только рациональными числами. Это обстоятельство со времен пифагорейцев расценивалось как очень важное и значительное. Но оно было как бы открытой дверью, ведущей к более богатому и содержательному, сравнительно с арифметическим, толкованию бесконечного, а не самим этим толкованием. Только в настоящее время Георг Кантор вошел в эту открытую дверь, разработав учение о мощности. Однако в современном представлении о геометрической единице (ангстрем, сантимегр, парсек и т. п.) понятие мощности не используется и поэтому геометрическая бесконечность выглядит не более содержательно, чем арифметическая.

Геометрическая единица так же однородна и бескачественна, как и арифметическая. Она не дает ни при увеличении, ни при уменьшении ничего нового, так как подчиняется механистическому делению и накоплению в духе принципа тождественной повторяемости.

Как арифметическая единица № 1 тождественна арифметической единице № $10^{100}+1$, так и сантиметр № 1 тождественен сантиметру № $10^{100}+1$. Содержание геометрической бесконечности, сводящееся к тому, что к любому сколь угодно большому геометрическому объему можно прибавить еще одну геометрическую единицу объема, нисколько не богаче арифметической бесконечности, которая сводится к тому, что к сколь угодно большему числу всегда можно прибавить еще одну арифметическую единицу. Тот же самый процесс, взятый с обратным знаком, означает как для геометрической, так и для арифметической беконечности, что какую бы малую арифметическую или геометрическую величину мы ни взяли, ее всегда можно разделить пополам и получить таким образом величину еще меньшую. Бесконечный процесс, по Гегелю, есть пустой порядок, потому что он является только вечным повторением одного и того же: $1+1+1+ \ldots$ и т. д.

Паскаль по этому поводу писал: «Нет геометра, который бы не полагал, что пространство делимо до бесконечности. Без этого нельзя ему обойтись, как человеку нельзя быть без души. И тем не менее нет человека, который понимал бы бесконечную делимость...»[1].

[1] «Мысли Паскаля», СПб., 1843, стр. 43. Того же мнения придерживался Эйлер: «Делимость есть нераздельное свойство протяженности» («Письма к принцессе». СПб., 1791, стр. 223).

Говоря о том, что геометрическая бесконечность не богаче числовой, следует отметить, что в математике существует точка зрения, согласно которой имеет место обратное соотношение, т. е. числовые представления богаче геометрических. На такой позиции стоял Фридман. Он полагал, что «двум любым точкам пространства P и P¹ сопоставляется особое число, называемое расстоянием этих точек»[1], после чего получается так называемое «арифметизированное пространство», которое по Фридману только и может быть объектом рассмотрения в науке.

Естественно, что наличие двух крайних позиций в этом вопросе предполагает существование третьей, средней точки зрения, которая заключается в том, что ни геометрические континуальные представления не имеют приоритета перед аналитической дискретностью, ни аналитическая дискретность не имеет приоритета перед геометрическим континуумом, т. е. оба эти аспекта более или менее равноправны и соответствуют друг другу.

Начало такого подхода можно видеть в позиции создателя аналитической геометрии Декарта: «Линию (отрезок)... я, чтобы удобнее установить более тесную связь с числами, назову единицей»[2]. В настоящее время равноправие геометрического и аналитического аспектов фиксируется теорией множеств, «элементом» которой в равной степени может быть и арифметическое число и геометрическая длина.

Конечно, все эти три точки зрения на соотношение между геометрическим и арифметическим не являются чем-то раз навсегда данным ни для того или иного мыслителя, ни для истории развития той или иной области науки. Например, Вейль, в основном отдававший предпочтение геометрическому аспекту перед «числовой магией арифметики», в отдельных проблемах исходил из тезиса прямо противоположного: «...геометрическая непрерывность не может быть создана как самостоятельная аксиоматическая наука. Здесь нужно идти аналитическим путем: нужно перевести уже готовый анализ на язык геометрии с помощью переводного словаря, каким является понятие координат»[3].

Более того, некоторые авторы устанавливают свое понимание соотношения между геометрическим и аналитическим

[1] А. А. Фридман. Мир как пространство и время. Пг., 1923, стр. 23.
[2] Декарт. Геометрия. М.—Л., 1938, стр. 11.
[3] Г. Вейль. О философии математики, стр. 100.

конкретно для той или иной проблемы в тех или иных определенных рамках.

Таким образом, рассмотрение известных в истории математики подходов к соотношению между арифметическим и геометрическим, при оценке этих подходов с точки зрения их роли в интерпретации бесконечного, свидетельствует, во-первых, о том, что каких-либо окончательных выводов в математике на этот счет нет, и, во-вторых, в плане перспективности интерпретации бесконечного ни современные исходные арифметические, ни современные исходные геометрические представления не являются обнадеживающими.

Кроме различия бесконечности натурального ряда и бесконечности геометрической прямой, существует различие актуальной и потенциальной бесконечности. Подобно тому, как при определении соотношения арифметического и геометрического выявляются три точки зрения на этот вопрос, точно так же и при определении соотношений актуальной и потенциальной бесконечности в истории математики определяются три точки зрения: реальность потенциальной и иллюзорность актуальной бесконечности, иллюзорность потенциальной при реальности актуальной и, наконец, компромиссная точка зрения, признающая как плюсы, так и минусы первых двух гипотез.

Георг Кантор в письме к Г. Энестрему[1] отмечал, что Гегель не знает никаких существенных различий в актуальной бесконечности, в то время как актуально бесконечное, понимаемое как трансфинитное, бесконечно, но доступно движению, актуально же бесконечное, понимаемое как абсолютное (мир в целом), бесконечно и движению недоступно. Кроме того, по Кантору, следует иметь в виду еще то актуально бесконечное, которое непосредственно постигается человеческим разумом (т. е. на нем сказывается то, что познается оно именно человеческим разумом).

Одним из аргументов против реальности актуальной бесконечности является так называемый «парадокс Коши». Он заключается в следующем. Каждому целому числу n натурального ряда соответствует его квадрат n^2, и наоборот, каждому квадрату n^2 соответствует одно и только одно число n. Однако, чем больше делается число n, тем меньше становится отношение числа квадратов, имеющихся в натуральном ряду чисел от 1 до n, к числу n.

В пределе, в случае признания актуально бесконечного,

[1] См. в сб.: «Новые идеи в математике». СПб, 1914.

оба эти процесса, т. е. равенство количества чисел натурального ряда и их квадратов, с одной стороны, и стремление к нулю отношения количества квадратов от 1 до n к числу n оказываются явно несовместимыми. «Следовательно,—заключает Коши,—так как предположение ряда продолженного до бесконечности влечет за собой явные противоречия, то самое предположение должно быть отвергнуто»[1].

Объяснение парадокса Коши, как и многих других аналогичных парадоксов, следует, очевидно, искать в том, что экстраполяция свойств конечного имеет какие-то границы. Кроме того, можно предполагать, что Коши и не отвергал актуальной бесконечности. Он писал: «Итак, один Бог бесконечен, кроме него все конечно»[2], т. е. отождествлял в рамках своего религиозного мировоззрения бога и бесконечность мира.

Против реальности актуальной бесконечности высказывался и Гаусс. В письме Шумахеру от 12.VII-1831 г. он писал: «Я протестую против того употребления, которое Вы делаете из бесконечной величины, трактуя ее как количество определенное (volendeten), что никогда не может быть допустимо в математике. Бесконечность есть только условное выражение—тогда как, на самом деле, речь идет о пределах, к которым могут стремиться одни отношения, тогда как другие могут возрастать неопределенно... Нет никакого противоречия в том, что человек, существо конечное, не пускается в суждения о бесконечном, как о предмете данном и вполне обнимаемом его обыкновенными силами понимания.

Вы видите, что здесь спор соприкасается непосредственно с областью метафизики»[3].

Здесь Гаусс подчеркивает, что, во-первых, человек не может снять с познаваемого отпечаток накладываемых им качеств — индивидуальности, конечности и т. п. Поэтому истинная сущность возможно и не конечного мира скрыта от конечного человека. Во-вторых, Гаусс подчеркивает, что понятие актуальной, т. е. действительной, завершенной бесконечности для математика, принявшего определенное значение термина «бесконечное», является самопротиворечивым и поэтому недопустимым. Для математика под «бесконечным» подразумевается бесконечный, никогда не обрывающийся процесс, следовательно, понятие актуальной, завершенной «бесконеч-

[1] А. Коши. Семь лекций общей физики. СПб, 1872, стр. 17.
[2] Там же, стр. 20.
[3] «Об основах геометрии», Казань, 1893, стр. 8—9.

ности» так же абсурдно, как и, например, понятие никогда не заканчивающейся, т. е. не имеющей конца, «конечности».

Дать ответ на эти аргументы помогает сам Гаусс. Он пишет: «Неэвклидова геометрия не содержит в себе ничего противоречивого, хотя те, которые знакомятся с ней впервые, считают парадоксальными многие ее результаты; но считать их противоречивыми было бы самообманом, происходящим из нашей привычки считать эвклидову геометрию строго истинной.

В неэвклидовой геометрии нет подобных и вместе с тем неравных фигур; например, углы равностороннего треугольника не только отличаются от $\frac{2}{3}R$, но отличаются также друг от друга в зависимости от величины сторон (в различных треугольниках) и делаются сколь угодно малыми, если стороны возрастают беспредельно.

...В эвклидовой геометрии нет ничего абсолютно большого, в неэвклидовой же геометрии — есть; это и есть собственно ее существенная особенность, и те, которые не допускают этого, предполагают eo ipso всю эвклидову геометрию, но, как было уже сказано, по моему убеждению, это есть просто самообман»[1].

Из сказанного видно, что Гаусс, хотя и не высказывал мыслей, аналогичных словам Лейбница о том, что настоящий математик должен быть философом, а настоящий философ — математиком, и как-будто даже наоборот снимал с себя как математика ответственность за вопросы, которые принимали слишком широкий («метафизический») характер, но в действительности он был именно таким философствующим математиком. Поскольку проблемы неэвклидовой геометрии интересовали Гаусса почти всю жизнь, можно предполагать, что только из тактических соображений он ограничивал себя в печатных выступлениях узкими рамками профессионала-математика, а в действительности всегда имел перед своим умственным взором ту картину общемирового целого, которая явно не укладывалась в рамки эвклидова мироощущения и в которой обычное противопоставление относительного конечного и абсолютного бесконечного теряет смысл.

Если так подойти к оценке высказываний Гаусса по поводу актуальной бесконечности, то это позволит не причислять его к таким догматически односторонним противникам актуаль-

[1] В сб.: «Об основах геометрии», под ред. Нордена А. П. М., 1956, стр. 107.

ной бесконечности, каким был, например, ученик Коши Муаньо, и одновременно не зачислять его в лагерь энтузиастов актуально бесконечного, каковыми были Паскаль, Больцано, Кантор.

Точку зрения Гаусса, по нашему мнению, можно рассматривать как компромиссную и одновременно стоящую выше уровня самого спора о реальности актуальной бесконечности. Поясним это более четко.

Когда математик говорит о потенциальной (возможной) бесконечности и актуальной (действительной) бесконечности, то не редко он рассматривает первую часть как относящуюся к компетенции философии, т. е. полагает, что представление о возможности—действительности математика должна рассматривать как более или менее устойчивое, понятное и не вызывающее сомнений. Можно заметить, что передко поступают точно так же и философы, сталкивая те или иные свои трудности в область конкретных наук под предлогом некомпетентности философии в соответствующем вопросе, — как будто истине есть дело до того, числят ли ее по ведомству философии или нефилософии.

Однако совершенно ясно, что использование понятий возможности и действительности как самоочевидных при обсуждении вопроса об актуальной и потенциальной бесконечности ни на чем не основано. Смысл возможности—действительности нахождения шаров в ящике явно отличается от смысла возможности—действительности нахождения актуальной бесконечности в общемировом целом.

Для мира в целом, с одной стороны, в каждое мгновение есть только действительность, так как кроме существующего ничего не существует, и, с другой стороны, мир каждое мгновение существует только в возможности, так как нет такого малого отрезка времени, в течение которого бы существующее не исчезало.

Если к этому добавить, что и представление о «каждом мгновении» для мира в целом является условностью, поскольку не существует единой общемировой шкалы отсчета времени, то отсутствие самоочевидности в вопросе о толковании понятий возможности—действительности станет еще более очевидно.

Парадоксальность возможности — действительности для мира в целом сравнима лишь в какой-то мере с парадоксальностью возможности—действительности для одной точки. Известно, что вероятность попадания в мишень уменьшается с

уменьшением размеров этой мишени и в пределе вероятность попадания в одну строго определенную точку оказывается по формулам теории вероятности в точности равной нулю. Однако вероятность попадания точкой в какую-то точку равна не нулю, а единице, т. е. является достоверностью. Теория вероятностей выходит из этих затруднений, предположив, что здесь имеет место та же ситуация, что и в механике, где получают конечную массу из точек, масса каждой из которых равна нулю, т. е. отказавшись от строгости своих первоначальных формул и предположив, что в этом случае вероятность, равная нулю, соответствует не невозможному событию, а событию «сколь угодно редкому»[1].

В целом же теория вероятностей по этому поводу делает вывод, что для всех объектов жесткая функциональная зависимость или, наоборот, независимость являются абстрактными крайностями, упрощениями, не имеющими места в реальном мире.

В реальном мире есть не противопоставленные друг другу достоверность и невозможность, чистая действительность и чистая возможность, а только та или иная степень вероятностной зависимости.

Вероятностный характер наиболее глубинных явлений природы представляется в XX в. очевидным, но многие неясности в теории вероятностей, замеченные еще в XIX в., остаются неясностями до сих пор. Так, Гаусс, внесший огромный вклад в развитие теории вероятностей разработкой формулы кривой ошибок, получившей впоследствии название Гауссовой нормальной кривой ошибок, подчеркивал неясность внутренней причины, обусловливающей однотипность этой кривой для самых разных событий. При отсутствии резко выделяющихся факторов, — факторы могут быть какими угодно, но малыми и сравнимыми друг с другом, — эта кривая будет одинаковой и для количества ребер раковин, и для падающих в «машине вероятностей» Гальтона шариков, и для числа лепестков растения, и т. д. Если дать скульптору задание изготовить 5738 человеческих торсов с объемом груди 39,83 дюйма, то кривая его погрешностей при изготовлении этих торсов будет в точности такой же, какой была кривая измерений 5738 грудных клеток шотландских новобранцев (Кетле). Почему это так — до сих пор неясно.

И еще одно соображение по поводу сложности истолкования возможного—действительного. Со времен Аристотеля

[1] Е. С. Вентцель. Теория вероятностей. М., 1958, стр. 75.

классическим примером возможности—действительности является создание статуи из глыбы мрамора. Однако представление об этой возможности—действительности, каким бы ясным оно ни было, нисколько не помогает нам при обсуждении вопроса о возможности—действительности предотвращения термоядерной войны. Поэтому можно полагать, что не только возможность—действительность бесконечности по отношению к миру в целом явно отлична от возможности—действительности конечных процессов, но и различия между возможностями—действительностями в рамках самих конечных процессов (какими являются и статуя, и термоядерная война) представляются весьма существенными.

Но если все эти обстоятельства как философского, так и математического характера, хотя бы в какой-то степени справедливы и понятия возможности—действительности не являются такими простыми, самоочевидными и взаимно друг друга исключающими, как белое и черное, воля и неволя и т. п., то спор между сторонниками реальности только актуальной бесконечности и сторонниками реальности только потенциальной бесконечности выглядит как спор упрощенно-схематический.

Можно понять тех, кто, учитывая ограниченные возможности современного человеческого интеллекта, подчеркивает необходимость учета потенциальной осуществимости любых алгоритмов. Однако трудно понять тех, кто на этом основании делает вывод о иллюзорности проблемы мира в целом. От того, что вопрос о характере бесконечности, т. е. вопрос о характере мира в целом, объявляется псевдовопросом из-за отсутствия алгоритма (в современном понимании этого слова) для его интерпретации, реальность мира в целом, реальность феномена Вселенной не страдает. Попытка же вместо отвергаемой бесконечности ввести обычную конечность выглядит такой же догматической односторонностью, как и имевшие место в свое время попытки декретировать обязательность бесконечности мира на базе той же обычной конечности («бесконечность пространства — это бесконечная сумма обычных кубометров» и т. п.).

Очевидно, прав был Гаусс, когда решительно отвергал реальность актуальной бесконечности в смысле реальности бесконечности общемирового пространства как действительной, данной налицо арифметической бесконечности конечных кубометров, и точно так же он был прав, когда признавал реальность абсолютного, но понимаемого не как простая экст-

раполяция наблюдаемых нами конечных длин и объемов, а как нечто неулавливаемое нашим эвклидовым воображением.

В этом же, или близком к нему, смысле можно понять мнение об актуальной бесконечности П. С. Новикова: «Идеализированный характер понятия актуальной бесконечности совершенно ясен. Построение бесконечного числа отдельных предметов, выполнение бесконечного числа отдельных актов неосуществимо не только в силу недостатка практических средств, но и принципиально не может быть осуществлено никогда никакими средствами»[1].

Представление о бесперспективности понимания бесконечности на базе «отдельных предметов» и «отдельных актов» дает основание предполагать, что подчеркиваемое здесь осуждение актуальной бесконечности дается в смысле осуждения примитивного понимания мира в целом как актуально данной дурной бесконечности, но не в смысле утверждения не менее примитивного понимания мира в целом как конечного набора тех же «отдельных предметов» и «отдельных актов». Вся суть проблемы заключается в том, чтобы переосмыслить кажущуюся простоту этих «отдельных предметов» и «отдельных актов», т. е. продвинуться в решении проблемы индивидуации, и уже на этой основе снять упрощенное противопоставление актуальной и потенциальной бесконечностей.

Сторонники актуальной бесконечности в ее обычном смысле могут заметить по поводу рассуждений об изменении смысла возможного и действительного для мира в целом, что они говорят не о мире в целом, а о данном налицо актуальном множестве, например, множестве рациональных чисел от 0 до 1.

Это замечание будет совершенно справедливым, если исходить из тезиса, что мир в целом очень сложен, но конечные вещи и акты его составляющие просты и понятны, — один кубометр есть один кубометр, одна секунда есть одна секунда и т. д. Но это замечание будет беспочвенным, если исходить из тезиса, что бесконечность деления конечного не менее загадочна, чем бесконечность накопления конечного, что это одна и та же бесконечность мира. Только в одном случае она как бы повернута к нам лицом и мы ее воспринимаем своими органами чувств в форме индивидуальных конечных объектов, а в другом случае она недоступна ни нашим органам чувств, ни нашему наглядному представлению. Простота бесконечности рациональных чисел от 0 до 1, представление

[1] П. С. Новиков. Элементы математической логики. М., 1959, стр. 17.

о том, что мы эту бесконечность держим в своих руках, так же иллюзорно, как иллюзорны простота переживаемых нами единиц времени, простота управления нашим самосознанием и т. п.

В теории узлов существует понятие «дикого узла»[1]. Каждое звено этого узла может быть легко развязано, но узел в целом развязан быть не может, так как по условию число звеньев бесконечно. Таким образом, здесь невозможность осуществить развязывание узла постулируется самим условием задачи, а не вытекает из реальности.

Это обстоятельство иллюстрирует нашу оценку точки зрения сторонников актуальной бесконечности. Если под актуальной бесконечностью подразумевается реальность мира в целом, реальность расстояния от звезды до звезды или от одного конца карандаша до другого, то использование понятия актуальной бесконечности в этом смысле имеет перспективу.

Если же под актуальной бесконечностью подразумевают выработанную предшествующей математической мыслью схему типа натурального ряда, где сама же эта математическая мысль постулирует невозможность его завершения, то использование понятия актуальной бесконечности в этом смысле не имеет перспективы в вопросе об интерпретации природы мира в целом. Здесь дорога к углублению смысла бесконечного закрывается самым исходным абстрактным постулированием невозможности такого углубления (как в диком узле возможность развязывания его объявляется заранее неосуществимой).

Поэтому перспектива использования понятия актуальной бесконечности, по-видимому, не в постулировании завершенности того, что принято первоначально незавершаемым, при сохранении лояльности к этому первоначальному постулированию, а в обходных путях типа принципа соответствия, инцидентности, и т. п., о чем мы будем говорить ниже.

* * *

Своеобразное положение занимает понятие бесконечного в проективной геометрии. Перспективность этого своеобразия в плане интерпретации реального бесконечного заключается в том, что подобно тому, как в теории множеств благодаря введению принципа соответствия бесконечное приобретает

[1] Р. Кроуэлл, Р. Фокс. Введение в теорию узлов, М., 1967, стр. 17.

некоторую подвижность, точно так же в проективной геометрии благодаря введению принципа инцидентности бесконечное также поворачивается к нам какой-то своей другой стороной, перестает быть символом непреодолимого интеллектуального тупика, каким оно является в дурной бесконечности натурального ряда чисел.

Таким образом, как и в физике или в теории множеств, перспективность бесконечного в проективной геометрии оказывается связанной с тенденцией разрушить схоластическую стену между движением и движущимся, между субъектом и предикатом.

Аналитическая метрическая геометрия исходит из наглядного понятия расстояния в метрическом пространстве.

Аналитическая проективная геометрия, используя однородные координаты и понятие инцидентности, оказывается обладающей большей симметрией и обобщенностью, чем аналитическая метрическая геометрия. Поэтому метрическую геометрию можно считать частным случаем проективной геометрии, и в соответствии с идеей Колмогорова—Лебега проективную геометрию, как более высокий этап математического обобщения, следует считать более близкой к сущности реального бесконечного, чем метрическую геометрию.

Определяющим понятием проективной геометрии является понятие инцидентности. Смысл этого понятия заключается в следующем.

Если имеются положения: точка лежит на прямой, точка лежит на плоскости, прямая лежит на плоскости, то они равносильны положениям: прямая проходит через точку, плоскость проходит через точку, плоскость проходит через прямую. Чтобы придать симметричный вид этим высказываниям, ввели понятие инцидентности: прямая инцидентна с точкой, плоскость инцидентна с точкой, плоскость инцидентна с прямой. Тем самым внимание акцентируется не на застывшем количестве точек, прямых, плоскостей, а на подвижном, меняющемся отношении точек, прямых, плоскостей.

В этом отсутствии внимание к традиционной «субстанции» математики, арифметическому количеству, инцидентность проективной геометрии совпадает с принципом соответствия теории множеств. Здесь по существу тоже речь идет о соответствии, только соответствие это более специализированного типа.

Проективная геометрия настолько сглаживает различие между конечным и бесконечным, между собственными эле-

ментами и несобственными, что использует в одном из своих разделов, исчислительной геометрии, символ бесконечного на равных условиях с другими символами. В исчислительной геометрии предполагается, что точек на прямой имеется ∞^1 (индекс вверху означает число необходимых для определения данного геометрического объекта параметров, — точка на прямой, в частности, определяется одним параметром), прямых на плоскости — ∞^2, пар точек на прямой — ∞^2, кругов на плоскости — ∞^3, эллипсов или парабол на плоскости — ∞^5 (четыре параметра определяют фокусы, один—сумма расстояний), троек точек в пространстве — ∞^9, троек точек на плоскости — ∞^6. Исчисление при этом ведется следующим образом. Если нужно, например, определить, сколько имеется пар точек на плоскости, зная, что на прямой имеется ∞^2 пар точек и на плоскости есть ∞^2 прямых, то ответ получается по соотношению

$$\infty^2 \cdot \infty^2 = \infty.^4$$

Если хотят узнать число плоскостей в пространстве, зная число троек точек в пространстве (∞^9) и число троек точек на плоскости, то ответ находят по соотношению

$$\frac{\infty^9}{\infty^6} = \infty^{9-6} = \infty^3.$$

На первый взгляд кажется, что такие арифметические соотношения не могут дать ничего заслуживающего внимания в плане интерпретации конечного—бесконечного. Однако это не совсем так. В книге Гильберта и Кон-Фосена «Наглядная геометрия» в связи с этими соотношениями приводится следующее высказывание: «Всякая прямая, содержащая 4 точки поверхности, лежит целиком на поверхности и содержит ∞^4 других четверок. Поэтому, если бы на поверхности лежало бесконечное множество прямых, то поверхность должна была бы содержать более чем ∞^4 коллинеарных четверок точек.

Среди поверхностей 3-го порядка также имеется много линейчатых поверхностей, на которых, следовательно, лежат ∞^5 или более коллинеарных четверок точек. Отсюда следует, что уравнение линейчатой поверхности 3-го порядка должно обладать специальным свойством, а именно, это уравнение вместе с четырьмя условиями коллинеарности четверки точек должно заменяться системой из меньшего числа уравнений. Можно доказать, что такая редукция возможна лишь в том случае, если между 20 коэффициентами уравнения 3-й

степени имеет место соотношение специального вида. Таким образом, на поверхности 3-го порядка общего вида действительно может лежать лишь конечное число прямых (например, ни через одну точку поверхности $xyz=1$, лежащую в конечной части пространства, не проходит прямая, лежащая на поверхности).

Аналогично можно подсчитать, что на поверхности порядка выше 3-го вообще не лежит ни одной прямой»[1].

Содержание этого отрывка уже не выглядит арифметическим и ничего не дающим для проблемы конечного—бесконечного. Здесь мы явно видим, что при переходе от наглядных поверхностей второго порядка к ненаглядным поверхностям третьего порядка намечаются определенные закономерности в соотношении конечного—бесконечного. Закономерности эти строго математически обоснованы и в то же время, если воспользоваться нематематическим выражением, сенсационны, т. е. заведомо не укладываются в рамки привычных нам, обыденных соотношений между конечным и бесконечным.

Каков механизм того процесса, в результате которого бесконечное число прямых на плоскости превращается каким-то образом в конечное? Чем обусловлен этот процесс, с какими сторонами реального он связан?

Вопрос этот того же характера, как и вопрос о том, каким таинственным образом бесконечность точек секущей превращается в одну точку касательной, или вопрос о том, почему с повышением числа измерений пространства уменьшается плотность распределения шаров. Проблема здесь заключается, очевидно, в том, что высшие разделы математики, переходящие от метафизической субстанции к диалектическому соотношению, улавливают некоторые недоступные наглядному представлению человека закономерности, имеющие отношение к более глубокому пониманию бесконечного. Однако эти прорывы в более глубокие слои реальности сдерживаются или совсем сводятся на нет сохраняющимися исходными антропоморфными представлениями типа расчленения характеристики пространства на такие же «две», «три» и т. п. единицы, на какие расчленяются пальцы руки человека.

Тормозящая роль того фактора, что в современной математике нет более или менее общепризнанного «поправочного коэффициента» на антропоморфизм понятия индивидуальности, единицы (есть только спорадические замечания на

[1] Д. Гильберт и С. Кон-Фоссен. Наглядная геометрия. М.—Л., 1951, стр. 170—171.

этот счет, подобные широко известному замечанию Лебега), делается яснее при рассмотрении проблем проективной геометрии в сочетании с проблемами геометрии в целом.

Начало рассмотрению геометрии в целом было положено Клейном в 1872 г. во вступительной лекции в Эрлангене. В истории математики эта вступительная лекция Клейна получила название «Эрлангенской программы». Главным в «Эрлангенской программе» была «идея определения содержания геометрии как совокупности свойств, инвариантных при преобразованиях некоторой группы»[1].

Классификация Клейна уделяет большое внимание преобразованию, изменению происходящему с каким-то материалом, но обходит вопрос о самом этом материале, о связи его с соответствующими действиями. Другими словами, подобно Оствальду в естествознании, Клейн обратил внимание на элемент движения и изменения, однако, как и Оствальд, Клейн не пытался решить вопрос о том, насколько и в каких пределах закономерно расчленение реальности на движение и движущееся. Если у Оствальда была тенденция отмахнуться от этого вопроса или, в лучшем случае, занявшись этим вопросом, решить его в духе закона исключенного третьего, т. е. устранить понятие движущегося вообще, то для Клейна этого вопроса просто не существовало, как не существовало его и для Кантора, считавшего само собой разумеющимся, что должно же быть что-то, какие-то «элементы», являющиеся строительным материалом для операций теории множеств.

Такое расчленение объекта математики на пассивные элементы, точки, единицы, вещи и т. п., с одной стороны, и активные преобразования, действия, совершаемые по отношению к этому материалу, с другой стороны, оказываются оправданными только до определенных пределов. Когда затрагиваются проблемы более глубокие, например, касающиеся природы мира в целом, такое расчленение оказывает не менее сдерживающееся влияние в математике, чем безапелляционное деление на движение и движущееся в физике и философии.

В. И. Ленин в «Материализме и эмпириокритицизме» обратил внимание на эту проблему, говоря о тождественности понятий «движущаяся материя» и «материальное движение».

Вывод из всего этого, по нашему мнению, может быть один. Нельзя относить все различия за счет групп преобразований и приписывать «содержанию» таких преобразований

[1] Г. Буземан и П. Келли. Проективная геометрия и проективные метрики. М., 1957, стр. 111.

всю сходственность, развивая последнюю на базе некоей безличной индивидуальности (т. е. давая строгое отличие элементов «содержания» не за счет его собственных свойств, а за счет некоторого фона, позволяющего отличить одну точку от другой, один элемент от другого и т. п.).

При рассмотрении вопросов проективной геометрии, имеющих отношение к истолкованию проблемы конечного—бесконечного, целесообразно исследовать и вопросы топологии, касающиеся этой же проблемы.

Целесообразность эту необходимо обосновать ссылкой как на причины, которые можно назвать формальными, так и на причины по существу.

К формальным причинам следует отнести то, что топология является общепризнано очередной, высшей ступенью обобщения, следующей за проективной геометрией. Понятие инцидентности получает в топологии дальнейшее развитие.

Причиной, которая по существу определяет целесообразность привлечения топологического материала, может служить то, что в топологии с глубинными вопросами структуры мира сталкиваются при рассмотрении как будто самых обычных, конечных явлений, т. е. выход в бесконечное осуществляется как бы изнутри конечного, а не через его внешний рост.

Топологию определяют как науку, отличающую внутренние свойства тел (ориентируемость и т. п.), от пространственно-внешних свойств тел (одно- или двусторонность и т. п.)[1]. Чтобы иметь возможность оценить это определение с точки зрения трактовки конечного—бесконечного, необходимо остановиться на трех «корнях» топологии: ленте Мебиуса, формуле Эйлера и кантовской задаче определения правого—левого.

Если взять ленту ABCD (схема 1) и соединить ее концы, A с D, B с C, то получится плоское круговое кольцо, цилиндрическая поверхность, которая при разрезе ее по линии mn распадается на два таких же плоских, только в два раза

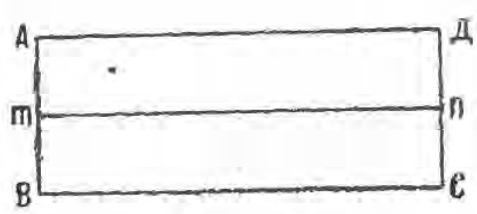


Схема 1.

меньших кольца, с границами соответственно по AD и mn для кольца ADmn и с границами mn и BC для кольца mnCB. Поскольку при этом граничная линия mn распалась

[1] Г. Зейферт и В. Трельфалль. Топология М.—Л., 1938.

на две граничные линии в получившихся двух кольцах, ее называют двубережной. Поскольку ни в ленте, ни в полученном из нее кольце нельзя перейти с одной стороны на другую без пересечения границы ABCD, то ленту и плоское кольцо называют двухсторонними поверхностями. Это понятие связано также с понятием ориентированности.

Известно, что любую плоскую многогранную фигуру можно разбить на треугольники, а треугольник уже нельзя разбить на более простые геометрические фигуры, т. е. треугольник является нижним пределом двумерной геометрической индивидуальности, отсюда понятие ориентации определяют по ориентации треугольника. Треугольник называется ориентированным, если указано направление, — по часовой стрелке или против, — в перечислении его вершин. Поверхность называется ориентированной, если любые ее два соседних треугольника ориентированы одинаково[1].

Таким образом, лента ABCD и получающееся из нее при склеивании соответствующих граничных точек кольцо являются двусторонними, а разрез, сделанный в них по продольной линии оказывается двубережным.

Если же теперь прежде чем склеивать ребра AB и CD перекрутить ленту один раз, т. е. повернуть, например, CD на 180° и соединить не A с D и B с C, а соединить после перекручивания A с C и B с D, то получившаяся поверхность, лента Мебиуса, будет обладать уже другими свойствами.

При разрезе ленты Мебиуса по некоторой продольной линии она уже не распадается на две части, как плоское кольцо, а останется единым целым, только перекрученным в форме восьмерки. Граница ленты Мебиуса оказывается состоящей из одной единственной замкнутой линии. Поскольку граничная лента тп не распадается при этом на две граничные линии в получившейся фигуре, ее называют однобережной. Начав вести линию карандашом по ленте Мебиуса можно, если двигаться не отрывая карандаша и не пересекая ребра все время вперед, вернуться к исходной точке с другой стороны. Это доказывает, что у ленты Мебиуса всего одна сторона поверхности, т. е. она — односторонняя. Если двигать карандаша сопровождать фигурой треугольника, ориентированного в исходной точке по часовой стрелке, то вернувшись к этой исходной точке с обратной стороны мы обнаружим, что теперь треугольник направлен против часовой стрелки, он изменил ориентацию, «перевернувшись» в третьем измерении («в воздухе»).

Таким образом, лента Мебиуса является односторонней неориентируемой поверхностью, а разрез, сделанный в ней по некоторой продольной линии, оказывается однобережным.

Если осуществить не один поворот — кручение, дающий ленту Мебиуса, а два, то получающаяся поверхность после разреза распадается, как и плоское кольцо, на две части, однако они оказываются все же связанными за счет пространства, т. е. образуют два звена одной цепи. Если провести разрезы каждого из этих звеньев, то дальнейшего прогресса уже не получится: цепь не удлиняется и удваивается только каждое из двух звеньев.

Такая же цепь получится, если разрезать ленту Мебиуса вторично, только звеньями ее будут не кольца, а полоски, полученные в форме восьмерки.

При тройном повороте и последующих разрезах получится тоже цепь, но не из колец или обычных восьмерок, а из восьмерок двойных, тройных и т. п., соответственно порядковому номеру разреза.

М. Гарднер в книге «Этот правый, левый мир»[1] отмечал, что если две полоски согнуть листом Мебиуса, то получившаяся фигура не будет листом Мебиуса, фигурой Мебиуса будет пространство между полосками, т. е. поверхность нулевой толщины. Подтверждается это тем, что при перемещении ориентированного треугольника, начиная с какой-либо исходной точки на этой имеющей толщину фигуре, мы придем не точно к той же точке, а будем находиться от нее на расстоянии толщины этого слоя.

Этим замечанием Гарднер хотел, по-видимому, подчеркнуть то обстоятельство, что особенности ленты Мебиуса — это особенности именно двумерного пространства, делающиеся доступными наблюдению при наличии трехмерного пространства. В определенной степени это верно, однако связь и отличие между пространством двух измерений и пространством трех измерений, очевидно, все же не совсем такие же, как связь и отличие между арифметическо-геометрической двойкой и такой же тройкой. Об этом свидетельствует то обстоятельство, что основная особенность ленты Мебиуса — способность не распадаться на две части при продольном разрезе — сохраняется и в том случае, если вместо двумерной плоскости

[1] См: П. С. Александров и В. А. Ефремович. Очерк основных понятий топологий. М.—Л., 1936, гл. 1.

[1] М. Гарднер. Этот правый, левый мир. М., 1967.

взять трехмерный, достаточно длинный резиновый брусок. Развитием идеи ленты Мебиуса является, очевидно, теория гексафлексагонов. Говоря об односторонних поверхностях и однобережных кривых, следует иметь в виду, что они взаимно обусловливают друг друга.

Дальнейшее рассмотрение односторонних поверхностей позволяет заметить, что эта поверхность соответствует пересечению прямых, соединяющих соответствующие друг другу точки. Так, если в полосе ABCD (схема 2) при склеивании противоположных ребер сделан предварительно поворот—кручение, то это и означает, что линии AC и BD, соединяющие отождествляемые при склеивании точки A и C, B и D, пересекаются. Поскольку в проективной геометрии все параллельные прямые имеют одну общую точку в бесконечности, т. е. замкнуты, то проективная плоскость топологически связана с образом шара или с образом квадрата, у которого отождествлены диаметрально противоположные точки границы, т. е. каждая пара диаметрально противоположных точек границы считается за одну точку (линия AA^1 на схеме 3 должна мыслиться как замкнутая, точка A должна сливаться с точкой A^1, то же линия BB^1 и точки B и B^1).

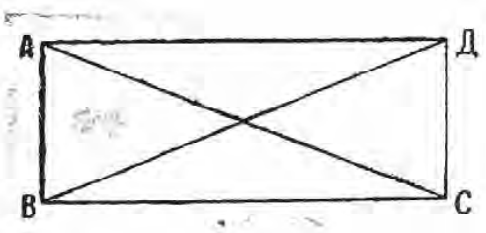


Схема 2

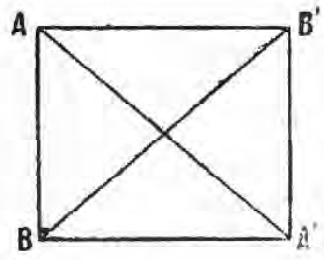


Схема 3

Метрическая плоскость топологически связана с внутренностью круга: метрическая плоскость не включает в себя бесконечно удаленную прямую, а внутренность круга не включает в себя линию окружности.

Если в квадрате отождествить не диаметрально противоположные точки, а просто противоположные (т. е. не производить кручения) и сделать это по отношению к обеим парам противоположных сторон квадрата, то получится фигура спасательного круга, называемая тором. Разрезав тор пополам и отождествив точки двух концов половины тора по типу ленты Мебиуса, получают трехмерный аналог ленты Мебиуса, поверхность Клейна.

Трехмерными подражаниями ленты Мебиуса являются также поверхность «скрещенный колпак» и поверхность Боя.

При рассмотрении «скрещенных колпаков» и поверхности Боя обращает на себя внимание следующее обстоятельство. В этих поверхностях принимается, что есть сфера и есть квадратная или шестиугольная дыра в сфере, но результат будет тем же, если принять обратное, т. е. если считать дырой сферическую часть фигуры и рассматривать как реальность квадрат или шестиугольник. Поскольку фигуры квадрата и сферы без квадрата (или шестиугольника и сферы без шестиугольника) различаются друг от друга, а результат при их взаимозаменяемости получается одинаковый, то это наталкивает на мысль о том, что здесь, действительно, главную роль играют не внутренние свойства различающихся друг от друга фигур, а то, что условно пока можно назвать «внешним пространством».

Рассмотрим теперь формулу Эйлера, которая обычно оценивается как показатель именно внутренних свойств геометрических моделей.

Эйлер нашел, что если обозначить число вершин простого многогранника через E, число его ребер через K и число граней через F, то между этими тремя числами всегда будет сохраняться соотношение $E-K+F=2$.

Под простым многогранником при этом подразумевается многогранник, который путем непрерывной деформации может быть превращен в шар. Вопрос о возможностях топологической деформации, например, о том, почему нельзя шар без разрывов и склеиваний деформировать в тор, основывается на интуиции, т. е. считается, что это «непосредственно ясно»[1].

Однако в этой «ясности», конечно, скрывается многое из того, для чего в нашем языке, и естественном, и математическом нет еще соответствующих слов и что явно имеет отношение к более глубокому пониманию природы пространства, мира и бесконечного.

Например, известно, что простые выпуклые многогранники, т. е. многогранники, расположенные по одну сторону от плоскости любой своей грани, неизгибаемы.

Неизгибаемость выпуклых многогранников аналогична неизгибаемости замкнутых выпуклых поверхностей. Однако до сих пор не удалось вывести неизгибаемость поверхностей из неизгибаемости многогранников при помощи непосредст-

[1] Д. Гильберт и С. Кон-Фоссен. Указ. соч., гл. VI.

венного предельного перехода. Работы А. Д. Александрова, посвященные этому вопросу, дают лишь методику исследования выпуклых поверхностей путем предельного перехода от многогранников, но не само решение этого вопроса. Решение же, видимо, связано с иным пониманием точки и бесконечно малого. Об этом свидетельствует тот факт, что шар делается изгибаемым, если удалить в нем бесконечно малую область или сделать бесконечно малый надрез, но остается неизгибаемым, если вынуть одну точку. Если наш здравый рассудок считает совершенно самоочевидной возможность перехода от правильного выпуклого многоугольника, вписанного в окружность, к следующему такому же многоугольнику с числом сторон в 2 раза большим, и так до бесконечности, имея пределом окружность, то точно так же наш здравый рассудок считает совершенно самоочевидной возможность повторить то же самое уже не на плоскости, а в пространстве, заменив окружность сферой и многоугольник многогранником. Однако здесь наша «самоочевидность» терпит крах— продолжить процесс дальше 120-гранника не удалось.

Все эти соображения могут служить введением к пониманию важности соотношения Эйлера, позволяющего хотя бы в незначительной степени проникнуть дальше поверхностных «самоочевидных» свойств окружающих нас тел.

Сущность теоремы Эйлера заключается в том, что она дает возможность судить о таком весьма важном «внутреннем» свойстве тел, как связность. Если имеется фигура «крендель» с двумя дырами, то для того, чтобы разделить его на части без дыр, потребуется вполне определенное минимальное число разрезов, разрушающих его связи. Принято считать, что «крендель» с «р» дырами имеет $h=2p+1$ — связность, т. е. «крендель» с двумя дырами будет пятисвязным. Если вспомнить то, что было сказано о проективной плоскости и считать для нее $E=1$, $K=2$, $F=2$, то связность h по формуле Эйлера, записанной в виде $E-K+F=3-h$ будет для проективной плоскости равна 2.

Если взять круговую модель проективной плоскости в трилинейной системе координат, т. е. круг, разбитый на части тремя дугами, не проходящими через одну точку, то опять получится при $E=3$, $K=6$, $F=4$, связность проективной плоскости равной двум.

Пример с определением связности проектной области подтверждает мнение о том, что связность действительно является довольно глубоким признаком, не зависящим от мно-

внешних опосредований и поэтому причисляемом к «внутренним» свойствам геометрических тел. Это придает значение непосредственно выражающей свойство связанности формуле Эйлера.

Но закономерно ли, говоря не о прошлом топологии, а о ее будущем, акцентировать внимание на разделении «внутренних» свойств от «внешних», как это делается в приводившемся выше определении топологии по Зейферту и Трелльфалль?

Безусловно, на том уровне развития, который характеризовал топологию в прошлом, попытка стать выше тех различий, которые именовались «внешними» и «внутренними», могла привести только к дилетантизму, к натурфилософии (в отрицательном смысле этого слова).

Однако через полвека после завершения Эйнштейном общей теории относительности, доказавшей фиктивность разделения окружающего нас мира на тела и пространство, в котором они находятся как в чем-то для них внешнем, этого уже сказать нельзя. Тем более теряет смысл разграничение внутренних свойств от внешних при рассмотрении мира в целом: о каких внутренних свойствах мира в целом (связности, ориентируемости и т. п.) можно говорить, если они должны совпадать с внешними, «пространственными» его свойствами, так как мир един?

Изучение топологических свойств доказало, что мир устроен не так просто, как это рисуется нашему наглядному воображению. Во всяком случае, убедившись в реальности нетривиальных свойств ленты Мебиуса, «бутылки Клейна», поверхности Боя и т. п., трудно вернуться к вере в то, что моделью общемирового пространства, содержащего в себе все эти хитросплетения, является тривиальнейшая сумма кубометров, к которой всегда можно прибавить еще один кубометр.

Выводы, полученные при рассмотрении ленты Мебиуса и формулы Эйлера, подтверждаются при рассмотрении кантовской проблемы правого—левого, зеркального отображения.

Первой реакцией человека на явление зеркального отражения было мистическое чувство. Остатки его сохранились до сих пор в форме поверий о разбитых зеркалах и т. п.

Возможно в этом неосознанном чувствовании какой-то скрытой нетривиальности зеркального отображения и проявилась та интуиция, которая не имеет ничего общего со здравым смыслом и антропоморфизмом.

Однако в дальнейшем рационалистическая мысль сгладил-

ла это впечатление. Научный мир, за очень редким исключением, стал смотреть на правое—левое как на нечто поверхностно-субъективное[1], ничего за собой не таящее и ни к чему интересному не ведущее. Представителями меньшинства были Кант и Пастер.

Г. Вейль, относившийся к противникам Канта и Пастера, прежде чем критиковать Канта, напоминает следующие факты и предположения. Еще Лейбниц полагал, что две фигуры подобны или эквиваленты, если их нельзя отличить друг от друга, рассматривая каждую саму по себе, так как любое возможное объективное свойство, которое имеет одна фигура, имеет и другая. Если имеет место взаимно однозначное соответствие между точками пространства, переводящее данную фигуру в подобную ей без какого-либо нарушения объективного соотношения между точками, то говорят об отображении подобия или автоморфизме. Автоморфизмы образуют группу, так как при автоморфизме каждая фигура эквивалентна самой себе, эквивалентность же есть симметричное и транзитивное соотношение, что и соответствует понятию группы. (Группой называют множество состояний, для которых имеет место закон ассоциативности $(s\ t)\ n = s\ (t\ n)$, для которых существует единичный элемент 1 такой, что $1 \cdot s = s \cdot 1 = s$ и для которых справедливо $ss^{-1} = s^{-1}s = 1$, т. е. для каждого из элементов, по отношению к которым рассматривается данное множество состояний, существует обратный элемент). Если основывать геометрию на некотором числе отношений типа «лежит на», «между» и т. п., то автоморфизм есть соответствие, не нарушающее никакого из этих отношений. Группа автоморфизма не учитывает конгруэнтность (о двух фигурах говорят, что они не конгруэнтны, если их нельзя совместить так же, как нельзя совместить винты с правой и левой резьбой). «Нормализатор группы» представляет собой тоже группу, но более широкую, включающую в себя и ту группу, по отношению к которой она является нормализатором. Так, нормализатор в данном случае предполагается включающим в себя не только вращение, но и зеркальное отражение.

Сделав такое допущение, Г. Вейль говорит следующее: «Что же сказать теперь по поводу кантовской трактовки различия «левого» и «правого» в § 13 его «Пролегомен», где он

[1] «Названия правой и левой сторон совсем не служат для отличения их, а лишь для словесного обозначения... Точно так же мы пользуемся географическими или антропоморфическими признаками: Север, Юг, верх, низ» (Л. Кутюра. Философские принципы математики. СПб 1913, стр. 251).

утверждает, что «различие между подобными и равными, но не конгруэнтными вещами (как, например, противоположно завитыми винтами) мы можем уяснить не с помощью отдельного понятия, но лишь в связи с правой и левой рукой, тем самым прямо опираясь на интуицию?». Не подлежит сомнению, что понятие конгруэнтности в пространстве основано на интуиции, однако, то же относится и к подобию. Кант затронул на вид довольно тонкий пункт, но этот пункт отлично подходит под общую «концепцию» группы и ее нормализатора; нет ничего удивительного в том, что нормализатор может быть действительно шире самой группы»[1].

Различие точек зрения Вейля и Канта совершенно очевидно. Кант еще до «Пролегомен» в статье 1763 г. «О первом основании различия сторон в пространстве» настаивал на далеко идущем, можно сказать, мироопределяющем характере правого и левого.

В начале этой статьи Кант, как и Вейль, ссылается на Лейбница как на своего предшественника, поскольку Лейбниц первый предложил считать отдельной наукой „Analysis situs“ (анализ положения, топологию), предметом которой должно быть не рассмотрение лежащих на поверхности наглядных количественных характеристик пространства, а рассмотрение глубоко скрытых, ненаглядных качественных характеристик пространства.

Кант подчеркивал, что, если на плоскости две фигуры равны и подобны, то они всегда совпадают, в пространстве же, за счет какого-то его таинственного качества, этого не происходит. Здесь тела могут быть совершенно равны и подобны, однако границы одного могут не быть границами другого.

Левая винтовая резьба стержня никогда не подойдет к гайке с правой резьбой, хотя бы и толщина стержня, и число винтовых ходов совпадали полностью.

Отсюда Кант делает вывод: «Так как эта поверхность, ограничивающая пространство, занимаемое одним телом, не может служить границей другого тела, как бы его ни поворачивали и ни вращали, то это различие должно, следовательно, быть таким, которое покоится на внутреннем основании. Но это внутреннее основание различия не может зависеть от разницы в способе соединения частей тела между собой, потому что, как видно из приведенного примера, в этом отношении все может быть совершенно одинаково.

Из сказанного ясно также и то, что именно потому, что

[1] Г. Вейль. Классические группы. М., 1947, стр. 39.

абсолютное пространство не есть предмет внешнего восприятия, а представляет собой одно из основных понятий, которые только и делают возможным все такие предметы, мы можем все то, что в фигуре тела зависит только от отношения к чистому пространству, узнавать, лишь сопоставляя его с другими телами»[1].

Таким образом, Кант утверждал, если пространство имеет такие черты, как следование одного километра за другим, то это есть лишь поверхностное мнение об истинном («абсолютном») пространстве.

Кант связывал феномен конгруэнтности с вопросом о бесконечности мира, т. е. с вопросом о природе пространства в целом. Он писал: «Что касается нашей чувственности, то пространство есть форма внешнего созерцания, а внутреннее определение всякого пространства возможно только благодаря определению его внешнего отношения ко всему пространству, частью которого будет каждое отдельное пространство... т. е. часть возможна только благодаря целому...»[2].

Кант не употребляет здесь сам термин «бесконечность», видимо, лишь потому, что его внимание акцентировалось не на вопросе о природе мира в целом, а на процессе познания мира. В этом плане Кант приводит пример с краснотой и киноварью, показывающий его позицию о соотношении между внешне воспринимаемыми свойствами вещей, такими как протяженность, непроницаемость и т. д. и их скрытой от чувственного созерцания сущностью. Он считает, что было бы абсурдом утверждать тождественность ощущения красного цвета и объективного свойства киновари, которое возбуждает у нас это ощущение. В явлении нет ни лжи, ни истины. Нельзя спрашивать: «Если мы наблюдаем протяженность тел, то это иллюзия или нет?» Подобно тому, как видимое движение планет может иногда совпадать с истинным, точно так же возможное совпадение в верхнем слое реальности видимой протяженности и каких-либо сторон «абсолютного» пространства еще ничего не говорит о полной иллюзорности или совершенной объективности этого явления.

На этом основании Кант решительно протестовал против обвинения в том, что его пространство стало видимостью. Этот протест, по нашему мнению, был бы достаточно обоснованным, если бы различие протяженности от пространства проводилось Кантом более последовательно. Однако этого

[1] И. Кант. Соч., т. 2. М., 1964, стр. 377—378.
[2] И. Кант. Соч., т. 4, ч. 1. М., 1965, стр. 102.

нет. Кант, например, пишет: «физическое пространство, т. е. протяжение самой материи»[1].

Такие неточности, по-видимому, и дали повод для появления в истории философии термина «кантовский априоризм», вопреки решительным возражениям самого Канта.

Следует заметить, что в первой своей работе, посвященной вопросу о природе мира в целом, в «Мыслях об оценке живых сил» (1746 г.), двадцатидвухлетний Кант подходил к вопросу о пространстве более широко. Протяженность здесь явно не совпадает с пространством.

Размышления Канта казались Вейлю в общем пустыми. Вопрос Канта о том, правая или левая рука перед нами в космосе, если кроме одной этой руки в космосе ничего нет, представлялся Вейлю только на первый взгляд «тонким», а в действительности ничего интересного в себе не содержал.

Аргумент Канта о том, что если бы пространство не таило в себе чего-то, скрытого от наших чувств, и было именно таким, каким его под именем «абсолютного пространства» понимал Ньютон и каким его понимает здравый рассудок, то оно должно было бы само дать критерий для определения правая ли перед нами единственная рука в космосе или левая, отвергался Вейлем на том основании, что в математике существует понятие нормализатора группы, под которое «отлично подходит» кантовская конгруэнтность. Упоминая при этом интуицию, Вейль, судя по тексту, подразумевал под нею непосредственное наглядное представление здравого рассудка (т. е. не совсем то, что понимал под интуицией Кант).

Такая логика Вейля напоминает логику того математика, который в ответ на вопрос о том, существует ли нечто или нет, заявил: «Как же можно сомневаться в существовании этого нечто, если я обозначил его через α?» Применительно к данному случаю эта фраза звучала бы так: «Как можно говорить о таинственности свойств пространства, обусловливающих правое—левое, если мы без всякой таинственности назвали это свойство нормализатором?».

Такой подход является проявлением склонности прятаться за спину математических символов, перекладывать необходимость объяснения того или иного явления на эти символы.

Конечно, введение сложной математической символики позволяет ближе подойти к решению проблемы, — оно может, например, без проникновения внутрь неизвестного, передать его конфигурацию, общий вид, — наподобие того, как строи-

[1] И. Кант. Соч., т. 4, ч. II. М., 1965, стр. 104.

тельные леса позволяют представить себе общую конфигурацию здания. Но если какой-либо математический символ принимает на себя всю тяжесть загадочности проблемы, то он сам подлежит объяснению.

Введение символа, обозначающего бесконечное множество чисел натурального ряда, может помочь решению проблемы интерпретации натурального ряда, но только помочь, а не решить. Введение понятия геометрического континуума может облегчить истолкование физического «континуума», но не объяснить его в полной мере. Точно так же введение понятия нормализатора в вопросе о конгруэнтности и автоморфизме, возможно, поможет решению проблемы о природе тех особенностей пространства, которые проявляются в парадоксе правого—левого и которые отличают трехмерное пространство от двумерного, но это еще не решение проблемы. Когда на понятие нормализатора переложены загадочные свойства, о которых говорил Кант, то это только означает, что требуют объяснения соответствующие свойства нормализатора, нисколько не ставшие менее загадочными от того, что их одели в математическую форму.

Следует вспомнить, что Вейль в 1929 г. выдвинул гипотезу, согласно которой вращающаяся частица может постоянно находиться в одной из двух зеркально сопряженных винтовых форм, т. е. дал математическую базу для теории антинейтрино. Разве это не свидетельствует о том, что сам Вейль в глубине души именно так и подходил к нормализатору?

Наиболее важные открытия в вопросе о правом—левом относятся к уровню элементарных частиц.

Проф. Ву Цзянь-сюн из Колумбийского университета в январе 1957 г. провела опыт, который опроверг универсальность закона сохранения четности. Таким образом, факт неуниверсальности этого закона еще раз подтвердил ненадежность таких антропоморфных критериев истинности как «самоочевидность», «здравый смысл» и т. п.

Паули писал по этому поводу Вайскопфу: «Я потрясен не столько тем, что Бог оказался левшой, сколько тем, что, выражаясь сильнее, он действует симметричным образом. Фактически теперь все упирается в один вопрос: почему сильные взаимодействия симметричны относительно правого и левого»[1].

Таким образом, можно выявить две особенности проблемы правого—левого.

[1] М. Гарднер. Этот правый, левый мир, стр. 229.

Во-первых, рассмотрение проблемы правого—левого явно говорит о том, что дорога к наиболее глубоким тайнам мира лежит не там, где удовлетворены примитивным наглядным прибавлением единицы к большому числу и получением таким образом числа еще большего, а там, где проявляется ненаглядное переплетение и того, что мы привыкли называть «большим», и того, что мы привыкли называть «малым», и того, для чего у нас вообще пока нет имени и что приходится определять негативно (как, например, «странность» и т. п.).

Во-вторых, рассмотрение этой проблемы свидетельствует о невозможности при ее трактовке сохранить четкое традиционное деление наук. Трудно решить, что в этой проблеме относится только к астрономии, что только к физике, что к математике (топологии), что к философии. Но рассматривать это как недостаток, очевидно, нельзя.

Если же вернуться к собственно математике (топологии) и говорить не только о кантовской проблеме правого—левого, но и о ленте Мебиуса, и о формуле Эйлера, то можно сказать следующее. Топология как никакая другая область человеческих знаний обогатила наш разум разнообразием подходов к пониманию бесконечного. Топология указывает на такие возможности обхода тупика дурной бесконечности, которые ранее были совершенно неизвестны. Она доказала, что реально существуют такие качества пространства, какие здравый рассудок не мог себе вообще представить (лента Мебиуса) и какие явно не укладываются в примитивные рамки однородного, изотропного, бесконечно протяженного эвклидового пространства.

Вместе с тем топология, некритически используя перешедшие к ней из низших разделов математики представление дурной бесконечности, испытывает в своих «точках роста» те трудности, которые всегда появляются при объединении понятий разного уровня.

Исторически следующим этапом в развитии математической мысли, касающейся проблемы конечного—бесконечного, после проективной геометрии и топологии была теория множеств.

Проблемы теории множеств тесно переплетаются с задачей истолкования конечного—бесконечного. Можно выделить две большие группы таких переплетающихся проблем: вопрос о градации бесконечного и вопрос о природе континуума, единицы, точки. В этом разделе мы рассмотрим вопрос о градации бесконечностей.

Первой градацией в понятии бесконечного было различие бесконечно большого и бесконечно малого. Это различие шло как бы по вертикали, пересекаясь в центре под прямым углом с градацией бесконечного по горизонтали, от минус бесконечности к плюс бесконечности. Этот «крест» был самой первой и самой примитивной моделью мира в сознании человека. Здесь минус бесконечность была той же плюс бесконечностью, взятой в обратном направлении, а бесконечность по вертикали была и в случае бесконечно большого, и в случае бесконечно малого, выражением одного и того же принципа тождественной повторяемости, взятому только один раз в сторону деления (бесконечное малое), а другой раз — в сторону накопления (бесконечно большое).

Более сложной была градация бесконечного после открытия Ньютоном и Лейбницем исчисления бесконечно малых величин. Но и здесь нет элементов, позволяющих уйти от дурной бесконечности. Дифференциал dx, несмотря на свою переменность, остается «внутри» самого себя чисто количественной однородностью, и, следовательно, источник дурной бесконечности остается, как бы исчезающе мало не стало dx. Не вносит качественность и введение представления о разных порядка бесконечной малости: dx, d^2x, d^3x ... Это дает только новую дурную бесконечность чисел, обозначающих соответствующие порядки малости.

Остается в рамках дурной бесконечности и более сложная градация бесконечностей в системе трансфинитных чисел и в так называемой классификации Бэра, хотя предпосылкой этих градаций является выходящее за рамки представлений дурной бесконечности понятие мощности. Происходит это, по-видимому, по той причине, что мощность служит только внешним поводом для этих градаций, а центр тяжести их остается все же в области четко отграниченных друг от друга единиц (хотя бы и более сложной природы).

Рассмотрим систему градации трансфинитных чисел в изложении проф. Жегалкина[1].

Исходными понятиями этой системы являются «элемент», «множество», «мощность».

Под элементом подразумевается любая нерасчлененная (или принимаемая за нерасчлененную) вещь или мысль. Под множеством, в соответствии с определением Кантора, подразумевается многое, мыслимое как одно. Элемент или принадлежит данному множеству, или не принадлежит ему, промежуточное состояние исключается. Само множество не есть элемент самого себя. Особое множество имеет один элемент,— но оно само не есть этот элемент. Под нуль — множеством подразумевается невозможность для элементов иметь какие-либо свойства. Может быть множество множеств, но при этом элемент первичного множества не есть элемент множества множеств.

[1] См.: И. Жегалкин. Трансфинитные числа. М., 1908.

Понятие мощности вводится не на основании представления о количестве элементов, а на основании представления о соответствии или несоответствии элементов одного множества элементам другого множества. Поскольку каждому числу натурального ряда соответствует один квадрат этого числа и каждому квадрату какого-либо числа соответствует одно это число, множества эти считаются эквивалентными, а их мощности равными. Поскольку такое же взаимооднозначное соответствие существует между точками отрезка прямой от 0 до 1 и отрезка в миллионы раз большего или между этим же отрезком прямой и любой площадью, любым объемом как трехмерного, так и n-мерного пространства, то оказывается, что мощность отрезка прямой от 0 до 1 равна мощности бесконечного геометрического объема не только всей трехмерной Вселенной, но и n-мерной Вселенной.

С точки зрения принципа соответствия, определяющего понятие мощности, нельзя говорить о части и целом в арифметическом смысле, о «последнем» элементе мощности и т. п.

Закон исключенного третьего традиционной логики оказывается вовсе не обязательным при использовании принципа соответствия, так как здесь акцентируется внимание не на возможности или невозможности перебора всех элементов множества, а на безотносительной к индивидуальности каждого элемента сущности всех элементов.

Тем самым расширяются перспективы исследования бесконечного, ликвидируется та железная однозначность прогресса в бесконечность, которая дается натуральным рядом чисел.

Счетным множеством называют множество, элементы которого могут быть перенумерованы с помощью чисел бесконечного натурального ряда. В противоположность конечному множеству (т. е. множеству, имеющему последний член), бесконечное счетное множество всегда имеет часть, которой оно эквивалентно. Приводившийся выше пример эквивалентности множества чисел натурального ряда и их квадратов иллюстрирует это обстоятельство (не учтенное в парадоксе Коши).

Множество не эквивалентно множеству всех своих частей. Так, множество всех частей счетного множества не есть счетное множество.

Элемент какого-либо множества называют элементом 1-го рода, если у него есть непосредственно предыдущий элемент. Если такого непосредственно предыдущего нет, то элемент относят ко 2-му роду.

Введем наименьшее трансфинитное число ω, которое будет больше любого финитного, конечного числа. Это число ω будет числом 2-го рода, так как у него не будет непосредственно предшествующего ему числа, — ведь все предшествующие числа конечны и ни одно из них, каким бы большим мы его ни взяли, не будет непосредственно предшествовать ω. Число ω можно рассматривать как предел возрастающей последовательности конечных чисел, как число, первым следующее за этой последовательностью. Будучи наименьшим из трансфинитных чисел, число ω открывает их последовательность: $\omega+1$, $\omega+2$ и т. д. В виде таблицы это имеет вид

$$
\begin{array}{lllll}
0 & 1 & 2 & \ldots & r \ldots \\
\omega & \omega+1 & \omega+2 & \ldots & \omega+r \ldots \\
\omega 2 & \omega 2+1 & \omega 2+2 & \ldots & \omega 2+r \ldots \\
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\
\omega\rho & \omega\rho+1, & \omega\rho+2 & \ldots & \omega\rho+r \ldots \\
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots
\end{array}
$$

Здесь ρ и r — любые конечные числа, и поскольку множество трансфинитных чисел в этой таблице счетно, то существует какое-то первое следующее за ним. Обозначим его ω^2 и повторим те же действия, которые применяли по отношению к ω. В результате, если для ω мы получили выражение $\omega\rho + r$, то здесь получим $\omega^2 + \omega\rho + r$, где ρ и r опять любые конечные числа и поэтому вновь для этой последовательности можно ввести — как для счетного множества — первое следующее за ним число ω^3 2, затем точно так же $\omega^2 3, \omega^2 4, \ldots \omega^2 r$, потом получим аналогично $\omega^3 + \omega^2\lambda + \omega\rho + r$ где λ, ρ, r также конечные числа. Повторив предыдущие действия, мы получим ω^4, и так до $\omega^n\rho_0 + \omega^{n-1}\rho_1 + \omega^{n-2}\rho_2 + \ldots$, $\omega\rho_{n-1} + \rho_n$, где $\rho_0, \rho_1, \ldots \rho_n$ — опять конечные числа, и это позволяет перейти к ω^ω, затем к ω^{ω^2}, ω^{ω^3} и т. д. до ω^{ω^ω}, а потом к $\omega^{\omega^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{\omega}}}}}$, т. е. к бесконечной бесконечности бесконечностей. Это, тем не менее, не может остановить процесс, поскольку можно всю эту громоздкую систему $\omega^{\omega^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{\omega}}}}}$ обозначить через ε и начать вновь и вновь повторять процедуру нагромождения бесконечностей.

Многие отмечали, что это нагромождение бесконечностей трансфинитных чисел производит меньшее впечатление, чем одна «обычная» бесконечность. Связано это, по-видимому, с тем, что трансфинитная градация, затронув и в какой-то мере использовав неколичественные представления, возвращается затем к тем же конечным количественным r, ρ, λ и оказывается подавленной однообразием повторяющихся процессов. Первоначальное отличие арифметической единицы от мощности бесконечного ряда натуральных чисел забывается, и процесс идет так, как будто бы в его основе лежат обычные тождественные друг другу арифметические единицы, а не по новому осмысленные бесконечности.

Нечто подобное мы встречаем и в классификации Бэра. Классификация эта касается не чисел, а функций, но ход рассуждений остается почти таким же.

За низший класс в градации функций берутся непрерывные на некотором совершенном множестве ρ функции f.

Этот тип функций называют функциями класса О и обозначают их совокупность знаком K_0.

Следующий класс I состоит из функций f, которые будучи разрывными, являются пределами последовательности непрерывных на ρ функций $f_1, f_2 \ldots, f_n \ldots$, т. е. $f = \lim\limits_{n\to\infty} f_n$. Совокупность всех функций f класса 1 обозначают знаком K_1 и так далее по типу классификации Жегалкина[1]. Рассмотрим эту классификацию бесконечностей с точки зрения ее значения для перспективы интерпретации реальной бесконечности мира в целом.

Рассмотрение классификации Бэра, как нам кажется, заставляет отказаться и от точки зрения тех авторов, которые видели в нагромождении трансфинитных бесконечностей не менее впечатляющее, чем одна обычная бесконечность натурального ряда, и от точки зрения тех, кто видит в трансфинитной системе качественное отличие от системы натуральных чисел.

В подтверждение первого положения можно привести следующие соображения.

[1] См. подробнее об этом в кн.: Н. Н. Лузин. Теория функций действительного переменного. М., 1948.

Зак 7172

Если не возражать против справедливости теоремы о том, что множество всех частей данного множества имеет мощность более высокую, чем само данное множество, то нет оснований для отказа от утверждения о несчетности трансфинитных чисел. Начиная, как рекомендует Н. Н. Лузин, не с того, что любое прибавление конечного числа к конечному не выводит нас за пределы исходной бесконечности натурального ряда[1], а начиная с того, что есть предельное число, не включенное в множество тех чисел, пределом которых оно является (например, ω по отношению к натуральному ряду), можно согласиться с различием между трансфинитными и натуральными числами. Это вполне естественно, если допускать возможность рассмотрения всех трансфинитных чисел, не зная общей закономерности их образования в том смысле, в каком мы знаем общую закономерность образования чисел натурального ряда.

Если все это принять, то будет создана перспектива для подавления в себе того внутреннего, как бы врожденного чувства, которое говорит нашему рассудку, что бесконечность есть бесконечность, превзойти ее, «выпрыгнуть» из нее невозможно, и отыскивать в бесконечном какие-то новые грани, — кроме того, что к любому большому числу можно прибавить единицу и получить еще большее, — бесполезно.

Поскольку количество чисел натурального ряда и любых других символов (α, β, π, ε и т. д.) счетно, то для продвижения вперед в классификации Бэра этого запаса не хватало и возможность классификации дальнейших «кусков» обеспечивалась за счет символики уже самой системы трансфинитных чисел, т. е. в определенном смысле «конец» здесь связывался с началом. В этом, казалось бы второстепенном обстоятельстве, можно, однако, видеть некоторый намек на отход от безнадежной прямолинейности дурной бесконечности натурального ряда в сторону как бы изгибания и замыкания на себя.

Подобную бесконечность, возможно, представлял себе Гегель, когда говорил о том, что «истинная бесконечность, обратно в себя загибающаяся, имеет своим образом круг, достигшую себя линию, которая замкнута и всецело налична, не имеет ни начального, ни конечного пункта»[2].

Все это дает основание сделать вывод о том, что расчле-

[1] Равно как прибавление счетного множества к счетному не выводит за пределы счетного множества.

[2] Гегель. Соч., т. 5, стр. 152.

нение первоначального единого понятия бесконечного на отличающиеся друг от друга понятия счетной бесконечности и несчетной бесконечности, введение представлений о соответствии, мощности, фундаментальной цепи и т. п., несводимых к обычным числовым представлениям, позволяет сделать первый шаг к преодолению рамок кажущейся безысходно устойчивой дурной бесконечности.

Но это именно первый шаг, а не нечто качественно отличное от дурной бесконечности. Для подтверждения этого второго положения можно привести следующие соображения.

Понятия соответствия, отображения, мощности вносят элемент движения в стационарные количественные характеристики. Однако эти понятия еще не достигли уровня, который можно было бы сравнить с уровнем понятий спинора, матриц Дирака, матрицы рассеяния Гейзенберга и некоторых других понятий, используемых в физике, где принципиально невозможно провести различие движущегося от движения, т. е. невозможно использовать наиболее наглядный и поверхностный образ действительности. По отношению же к операции соответствия это вполне допустимо, поскольку здесь явно поддаются различению то, что является материалом для соответствия и самим соответствием.

В силу этого четко отграниченный от всего остального мира «элемент», ничем не отличающийся от классического источника дурной бесконечности, арифметическо-геометрической единицы, оказывает при развертывании системы трансфинитных чисел все большее влияние, а идея движения, содержащаяся в понятии мощности, отодвигается на второй план. В этом смысле и можно сказать, что понятие мощности в системе трансфинитных чисел не получает дальнейшего развития, используется как бы внешним образом, подавляется примитивными образами арифметики, четко отличающими движение от движущегося.

* * *

В древности считали само собой разумеющимся использование символа, обозначающего все существующее, небо и землю, мир в целом, Вселенную, бесконечное. У древних евреев таким символом была звезда Давида — два равносторонних треугольника, обозначавших небо и землю, симметрично наложенные друг на друга. У народов Вавилона таким

символом был круг, обозначавший одновременно и наибольшее число при счете на пальцах — 3600[1].

В современной математике бесконечное символизируется знаком лежащей восьмерки. Однако общепринятого содержания этот знак не имеет. Об этом свидетельствует уже тот факт, что до последнего времени велись споры о том, имеет ли смысл сочетание символов $\infty + \infty$ или нет. Акад. Маркушевич решал этот вопрос, например, отрицательно[2], акад. Лузин — положительно[3].

По поводу общего смысла символа бесконечного в математике Н. Н. Лузин писал: «На вопрос о том, что обозначает символ ∞, правильнее и яснее всего будет ответить, что взятый сам по себе он лишен всякого смысла; смысл получает только выражение «окрестность $+\infty$»[4]. На такой же точке зрения стоял в этом вопросе Хинчин.

А. И. Маркушевич, напротив, полагал, что следует, «не претендуя на какую-либо оригинальность... познакомить читателя с трактовкой бесконечности как несобственного числа (действительного или комплексного)»[5].

Компромиссной и наиболее распространенной является точка зрения А. Н. Колмогорова, согласно которой и бесконечное в смысле Лузина—Хинчина, и бесконечное в смысле Маркушевича вполне законны, но только каждое в своей сфере[6].

Таким образом, получается, что в математике, строго говоря, нет понятия бесконечности. Есть понятия актуальной и потенциальной бесконечности, бесконечности в смысле Лузина и бесконечности в смысле Маркушевича ,но не бесконечного вообще. Связано это, возможно, с тем, что математики избегали слишком широкого, философского образа мира в целом, символом которого обычно считалось бесконечное. Это считалось сферой богословия и философии, а не сферой науки (достаточно вспомнить по этому поводу высказывание Коши).

Можно с уверенностью сказать, что такое мнение было ошибочным. Обойти вопрос о мире в целом при достаточно

[1] См.: Ван дер Варден. Пробуждающаяся наука. М., 1959, стр. 438.

[2] См.: А. И. Маркушевич. Символ бесконечности и его употребление в математике. «Математика в школе», 1948, № 1, стр. 8.

[3] См.: Н. Н. Лузин. Дифференциальное исчисление. М., 1955, стр. 112.

[4] Там же, стр. 78—79.

[5] А. И. Маркушевич. Указ. соч., стр. 1.

[6] А. Н. Колмогоров. Бесконечное в математике. БСЭ, т. 5. М., 1950, стр. 73.

глубоком рассмотрении любого вопроса никогда не удавалось. В явной или неявной форме необходимость затронуть проблему интерпретации мира в целом проявлялась во всех достаточно глубоких проблемах математики.

Одной из таких проблем является парадокс множества всех множеств (называемый также «парадоксом целого»), содержание которого заключается в следующем.

Исходным положением теории множеств является утверждение, что множество не может быть элементом самого себя. Но если рассматривать множество всех множеств, то получается неразрешимое противоречие. Признавая множество всех множеств определенной реальностью, следует включить эту реальность в понятие «всех множеств», но это противоречит исходному положению о том, что множество не может быть элементом самого себя (кроме особого множества, состоящего из одного элемента, при условии, что единица как элемент и единица как множество различаются). Признавая для множества всех множеств справедливость положения о том ,что множество не может быть элементом самого себя, получаем, что понятие «всех множеств» не включает в себя реальность множества всех множеств и поэтому теряется смысл понятия «все».

В этом парадоксе совершенно отчетливо видно, что проблема упирается в истолкование смысла представлений о «единице» и «всем».

Рассмотрим сначала понятие «все», называемое в математической логике квантором всеобщности.

Почти всегда квантор всеобщности применяется по отношению к частным объектам, а не к миру в целом. Введение квантификации вообще имело целью уточнение объема используемых понятий. Например, квантифицируя фразу «березы—деревья», получают более точное в смысле объема используемых понятий выражение «все березы суть некоторые деревья».

Если слово «все» не связывать с каким-либо конкретным предметом или явлением, то оно и будет синонимом слов «бесконечное», «мир в целом», «Вселенная».

Может ли исследование смысла квантора всеобщности по отношению к отдельным объектам помочь исследованию смысла квантора всеобщности по отношению к миру в целом?

Чтобы попытаться ответить на этот вопрос, вспомним соображения математической логики по поводу термина «все».

Математическая логика связывает вопрос о пониманин

термина «все» с проблемой рассмотрения действительности в двух планах: объемном и содержательном. Для того чтобы установить истинность фразы «все взрослые были детьми», не нужно перечислять всех взрослых для установления истинности этого предложения по объёму, достаточно учесть содержание соответствующего термина. Но что не знает человек, который знает ,что взрослые A, B... Z были детьми, но не знает, что все взрослые были детьми? Может быть, общее познание, оперирующее термином «все», является просто тавтологией? Очевидно, нет, поскольку вполне реальная проблема в математике состоит в том, что все исследуемые случаи подтверждают теорему «суммы нечетных чисел равны числу слагаемых в квадрате», т. е.

$$1+3=2^2$$

$$1+3+5=3^2$$

$$1+3+5+7=4^2 \text{ и т. д.,}$$

но является ли это справедливым для всех чисел еще не доказано. Такое доказательство должно проводиться не через объем (который бесконечен), а через содержание.

Следовательно, было бы неправильно представлять дело так, будто объем — это нечто реальное, а содержание — это нечто субъективное. В фигурирующем при получении понятия объема представления о единице, об индивидуальном объекте ничуть не меньше субъективного элемента, чем при познании закономерности, относящейся к понятию содержания. Нечто подобное мы уже встретили при сравнении понятий количества и мощности. Количество (например, числа натурального ряда) кажется почему-то нам достаточно реальным и объективным, а процесс соответствия между количествами выглядит каким-то привносным, полусубъективным, т. е. количество выглядит как субстанция, а мощность — как только один из ее атрибутов.

Таким образом, на вопрос о том, может ли исследование квантора всеобщности для конкретных объектов иметь значение для исследования квантора всеобщности мира в целом, можно ответить в том же смысле, в каком уже давался ответ на вопрос о значении исследования конечного для понимания бесконечного. Ввиду особенностей нашего аппарата познания у нас нет иных возможностей для познания ненаглядного бесконечного, кроме исследования наглядного конечного. Но при этом, конечно, должны учитываться границы экстраполяции с наглядного на ненаглядное, обусловленные теми же особенностями нашего воспринимающего аппарата. Для данного случая такой границей является потеря смысла различения объемного и содержательного аспектов для мира в целом (подобно тому, как теряет смысл для мира в целом законное до каких-то пределов различение качества и количества, индивидуального и неиндивидуального и т. п.).

Исследование понятия «все» необходимо подразумевать параллельное исследование своей обратной стороны — «ничего», нуля.

Из истории математики известно, что первоначальный смысл введения нуля заключался в идее фиксирования отсутствия всех чисел, в противопоставлении небытия бытию. До определенных пределов можно предполагать, что как отсутствие числа 10 выражается нулем, точно так же и отсутствие числа 100 выражается таким же нулем, и отсутствие вообще любого числа или математического выражения обозначается нулем. Но при более глубоком рассмотрении действительности такое понимание нуля оказывается слишком поверхностным. Отсутствие, ничто, нуль, вакуум электромагнитного поля вовсе не совпадает с отсутствием, ничто, нулем, вакуумом гравитационного поля, т. е. пользуясь известным выражением Гегеля, ничто определенного нечто есть определенное ничто.

Это свидетельствует о том, что первоначальное понимание нуля как просто «целого числа, изображаемого пустым ящичком»[1], т. е. как знака, передающего реальность с такой же степенью точности, как передают эту реальность знаки целых чисел, оправдывается далеко не всегда.

Очевидно, более оправданным будет представление о том, что нуль передает смысл действительности не с той степенью точности, с какой их передают при том же уровне рассмотрения конечные числа. Он передает этот смысл, по-видимому, с той же степенью точности, которая признается за символом бесконечного, т. е. нуль является таким же особым понятием, каким является понятие бесконечного. Интерпретация нуля как «пустого ящичка» закономерна лишь в той области нашего ближайшего окружения, в которой любому рассуждению об объекте предшествует само собой разумеющаяся возможность существования такого индивидуального объекта.

---

[1] Р. Курант, Г. Роббинс. Что такое математика. М.—Л., 1947. стр. 24.

Например, рассуждению о половине арки предшествует очевидное представление об индивидуальности целой арки и т. п.

Область, где закономерно такое понимание нуля, характеризуется также справедливостью закона исключенного третьего. В вероятностном плане это соответствует представлению о том, что объекты или есть (вероятность их существования есть 1), или их нет (вероятность их существования есть 0).

Формальное положение нуля по отношению к символу математической бесконечности неоднозначно. С одной стороны, нуль находится на полпути от плюс бесконечности к минус бесконечности, а с другой стороны, при учете величин лишь по их абсолютному значению, нуль находится вне бесконечного, так как в этом случае путь от бесконечно большого к бесконечно малому идет через единицу как центр, а не через нуль. В безнулевой математике, таким образом, роль нуля перешла бы к единице.

Особое положение нуля подчеркивается также тем обстоятельством, что у нуля, в отличие от всех остальных чисел, нет атрибута делителя, т. е. он не может быть величиной, на которую делят другие величины.

Но если понятие «все» и «ничто» отражают доступную нам действительность на ином, худшем уровне, чем отражают ту же действительность другие математические понятия, то это говорит о недопустимости объединения их как равноправных в рассуждениях о множестве всех множеств. Закономерности сферы, где правомерна самоочевидность индивидуальных объектов и закона исключенного третьего, не могут быть перенесимы на закономерности мира в целом, математическим образом которого является «множество всех множеств».

Такой должна быть, по нашему мнению, предпосылка для объяснения парадокса множества всех множеств.

Значение и универсальность этого пародокса аналогичны значению и универсальности парадоксов с прямым использованием понятия бесконечного («Ахилл не догонит черепаху», «Стрела», «Стадион» и др.). Происходящее в этом парадоксе перекрывание понятий иллюстрировали в древности апорией «Лжец».

В наше время иллюстрацию подобной ситуации с перекрывающимися понятиями дал Рассел. Его парадокс называется «Парикмахер» и заключается в следующем. Солдату роты, парикмахеру, приказано брить всех тех, кто не бреет сам себя. Если этот парикмахер будет себя бритъ, он не выполнит приказ, так как он не должен брить тех, кто бреет сам себя. Но он не выполнит приказ, и если не будет брить сам себя, так как ему приказано брить тех, кто не бреет сам себя.

Эти иллюстрации, кажущиеся на первый взгляд просто игрой слов, аналогичны парадоксу множества всех множеств по той причине, что и в парадоксе множества всех множеств, и в этих иллюстрациях непосредственно видимым поводом для получения неразрешимого противоречия является перекрывание смысла используемых понятий. При более же внимательном рассмотрении этих парадоксов, как мы видели, они подводят нас непосредственно к проблеме интерпретации мира в целом.

В заключение, возвращаясь к мысли о том, что в математике нет понятия бесконечности вообще, следует заметить, что в работах ,посвященных обоснованию математики, такие попытки все же делались, например, в исследованиях Л. П. Гокиели, Э. М. Чудинова.

Так, в работе Л. П. Гокиели «О природе логического» бесконечное определялось следующим образом: «То, что доказывается его же отрицанием, является бесконечным»[1].

Это определение бесконечного напоминает определение формы как того, что «утверждает себя, вступая в противоречие с содержанием»[2] по Чёрчу и не лишено определенного интереса.

Логическая сторона определения бесконечного связывается при этом Гокиели с так называемым «парадоксом непредикабельности».

Непредикабельным называют понятие, являющееся своим же определением, как например, «понятие самого понятия» и т. п. Когда относительно понятия «непредикабельный», на основании предварительного постулирования того, что оно или предикабельно или нет, хотят решить, какой из этих случаев имеет место, то получается, что решению должно быть предпослано само это решение (т. е., если допускают, например, что понятие «непредикабельный» является предикабельным, то оно оказывается непредикабельным, если множество определяют как не включающее в качестве элемента само себя, то получают пародокс целого и т. п.).

Примером основанного на этом парадоксе регресса в бесконечное может быть фраза «то, что я сейчас говорю, ложно», поскольку само формироваие данного суждения предполагает его уже оформившимся, т. е. уточнением смысла этой фразы

[1] Л. П. Гокиели. О природе логического. Тбилиси, 1958. стр. 12.
[2] А. Чёрч. Введение в математическую логику. М., 1960, стр. 15.

было бы «ложно то, что то, что я сейчас говорю, ложно», затем «ложно то, что ложно то, что то, что я сейчас говорю, ложно» и так до бесконечности: «ложно то, что ложно то, что...» и т. д. Здесь хотят указать на ложность высказываемого, в то время как само высказывание заключается в указании на его ложность, т. е. само формирование данного суждения предполагает его уже оформившимся.

Отсюда Гокиели делает вывод, что регрессом в бесконечность может страдать лишь понятие бесконечного, а не сама бесконечность.

Такой подход с той точки зрения, которая излагается в настоящей работе, содержит в себе и положительный, и отрицательный моменты. Положительный — в том, что бесконечность мира не отождествляется с примитивным образом дурной бесконечности. Отрицательный — в том, что не ставится вопрос о перспективном понимании бесконечного. Как бы ни был примитивен образ дурной бесконечности, у нас сейчас нет других образов бесконечного, и поэтому представляется целесообразным искать в различных связях и оттенках именно этого образа проблески отражения реальности. С этой точки зрения парадоксы типа «Лжец» («то, что я говорю, ложно») свидетельствует не только о примитивности получающегося при этом прогресса в бесконечное, но и о необходимости пересмотра перекрывающихся при этом понятий («часть», «целое», «элемент», «множество» и т. п.).

Э. М. Чудинов исходит из того, что понятие бесконечного дается нам формулировками теории множеств («бесконечное множество — это множество, равномощное некоторому своему истинному подмножеству»), и подчеркивает, что любые современные теории, доказывающие или опровергающие бесконечное, содержат эти доказательства или опровержения уже в своих предпосылках.

В работах Э. М. Чудинова больше обращается внимания на тот факт, что как бы удачны или неудачны ни были известные нам образы бесконечного, необходимость осмысливания стоящей перед человечеством тайны мира в целом, природы реального бесконечного от этого не уменьшается. Одной из перспектив более реального подхода к бесконечному Э. М. Чудинов считает отказ от признания универсальности за-

кона исключенного третьего[1], что, по нашему мнению, вполне оправдано и к чему мы вернемся ниже.

Таким образом, можно считать, что в настоящее время математическое бесконечно большое «все» и математическое «ничто» отражают особенности, связанные с реальным бесконечным, но не саму реальность бесконечного.

Так, если математическая модель Милна строения звезды дает для центра звезды плотность 0 или ∞, то это свидетельствует о наличии каких-то особенностей в центре звезды, выходящих за рамки обычной картины, но вовсе не свидетельствует о реальной бесконечной (в арифметическом смысле) плотности в центре звезды.

§ 2. Проблема континуума и единицы

Проблема континуума подобно проблеме парадокса множества всех множеств является одной из математических формулировок вопроса о природе мира в целом. Отличие проблемы континуума от проблемы парадокса множества всех множеств не в конечной цели, а в исходном материале.

Если в парадоксе множества всех множеств начинают с исследования квантора всеобщности, то в проблеме континуума начинают с рассмотрения свойств геометрического отрезка (0; 1), т. е. с рассмотрения свойств математической непрерывности, которая является протяженностью в смысле Грассмана.

Проблема континуума является единой проблемой, хотя в математике различают проблему континуума в широком смысле и проблему континуума в узком смысле. Под проблемой континуума в широком смысле подразумевают вопрос о природе протяженности вообще, а под проблемой континуума в узком смысле вопрос о том, совпадает ли мощность континуума с мощностью, непосредственно следующей за мощностью множества натуральных чисел.

Долгое время полагали, что проблема континуума в узком смысле может быть решена в рамках закона исключенного третьего, т. е. исходя из предположения о существовании мощности, которая или удовлетворяет положительному ответу на поставленный вопрос, или же дает отрицательный ответ.

---

[1] См.: Э. М. Чудинов. Аксиоматический характер тезиса о бесконечности Вселенной в релятивистской космологии и закон исключенного третьего. В сб.: «Философские проблемы теории тяготения Эйнштейна и релятивистской космологии». Киев, 1965.

Однако работы Коэна[1] показали, что дело здесь обстоит сложнее. Выяснилось, что ответ получается то положительный, то отрицательный, в зависимости от принятых исходных предпосылок, в общем представлявшихся одинаково допустимыми. Такая ситуация аналогична ситуации с пятым постулатом Эвклида. При его решении долгое время ждали ответа в рамках закона исключенного третьего, т. е. предполагали, что есть некоторая реальность, которая или опровергнет или подтвердит пятый постулат Эвклида. Как известно, реальность оказалась более многогранной.

Явно или неявно вводимое предположение о самоочевидности и простоте понятий «единица», «элемент», «точка», «непосредственно соседний» и т. п обусловливают, по нашему мнению, то упрощение математической модели мира, которое и приводит к неразрешимым трудностям в проблемах, подобных проблеме континуума.

Это обстоятельство делается очевидным, если воспользоваться определением проблемы континуума в формулировке Н. Н. Лузина.

Н. Н. Лузин говорит: «Если бы проблема эта имела положительный ответ, т. е. что всякое несчетное множество точек прямой имеет мощность континуума, то это означало бы, что мощность континуума С есть непосредственно следующая за счетной мощностью алеф—нуль, подобно тому, как натуральное число n имеет непосредственно следующее натуральное число n+1, превосходящее его»[2].

В этой формулировке ясно видна мысль об исходности, простоте и самоочевидности понятия непосредственного следования друг за другом единиц того или другого рода. С нашей точки зрения ответ на проблему континуума в такой формулировке и не может быть получен, так как он заранее блокируется этим исходным предположением. Имея не подлежащее изменению представление единицы, точки, элемента и т. п., нельзя ожидать ответ, в котором это представление получило бы другой характер. А такое изменение при трактовке протяженности, непрерывности, континуума необходимо, так как для них понятия «ближайшим образом», «непосредственно следующий» и т. п. имеют уже иной смысл, чем для представлений дискретного характера. Непрерывность именно и подразумевает отказ от процесса накопления непосредственно или по-

[1] См.: П. Д. Коэн. Теория множеств и континуум—гипотеза. М., 1969.
[2] Н. Н. Лузин. Теория функций действительного переменного. М., 1948, стр. 46.

средственно следующих друг за другом индивидуализированных элементов.

В математическом анализе принято следующее определение непрерывности: функция f (x) непрерывна в точке a, если сколь угодно малому числу δ соответствует число ε такое, что при $a-\delta<x<a+\delta$ справедливо соотношение $f(x)-\varepsilon<f(x)<f(x)+\varepsilon$. Так называемый критерий непрерывности Коши и непрерывность в топологии ничем принципиально не отличаются от приведенного определения.

Как видно из этого определения, Вейль был прав, когда утверждал, что определение непрерывности в математическом анализе основано на понятии бесконечного дискретного числового ряда. Непрерывность здесь, действительно, обосновывается ссылкой на возможность процесса бесконечного и бескачественного уменьшения фиксируемых величин.

Учение о непрерывности Рихарда Дедекинда исходит из тезиса прямо противоположного: возможность бесконечных числовых рядов имеет предпосылкой свойства геометрического континуума. Вошедшая в историю математики знаменитая «находка» Дедекинда 24 ноября 1858 г. заключалась в том, что если каждому рациональному числу соответствует точка прямой, то не каждой точке прямой соответствует рациональное число.

Дедекинд полагал, что соответствие элементов является более важным аспектом, чем акцентирование внимания на самой субстанции элементов. По Дедекинду, если точно следить за тем, что делается при счете количества вещей, то мы придем к рассмотрению способности относить вещи к вещам, ставить одну вещь в соответствии с другой, отображать одну вещь в другой[1]. Мнение Дедекинда совпадает с мнением тех, кто рассматривает потерю четкого разделения на движение и движущееся как показатель более глубокого проникновения в сущность окружающих нас вещей.

Соотношение между точками прямой и числами по Дедекинду заключается в следующем. Точка a дает «сечение» $(A_1; A_2)$, если она делит систему рациональных чисел R на два класса A_1 и A_2 таким образом, что каждое число a_1 в A_1 меньше каждого числа a_2 в A_2. Само a будет наименьшим в одном классе или наибольшим в другом, определяя тем самым факт отсутствия наибольшего числа во втором классе в первом случае и наименьшего числа в первом классе во втором

[1] См.: Р. Дедекинд. Непрерывность и иррациональное число. Одесса, 1906.

случае. Например, если разбить числовую ось в точке 1 и отнести эту точку к левому классу, то у правого класса не будет наименьшей точки, а у левого будет наибольшая точка, именно эта 1. Отсутствие наименьшей точки в правом классе имеет своей предпосылкой те же парадоксы бесконечной делимости геометрической протяженности, как и в уже рассматривавшейся апории «Ахилл не догонит черепаху», — наименьшей после единицы в ряду рациональных чисел не является двойка, и половины двойки, и ее четвертая часть, и восьмая и т. д. до бесконечности. Если же рассматривать ряд натуральных чисел, то здесь были бы при любом разбиении и наибольшие и наименьшие числа в обоих классах: например, двойка была бы наименьшим числом в правом классе при разбиении ряда натуральных чисел в точке 1.

Но есть сечения, которые не могут быть произведены рациональными числами. Например, если D есть положительное целое число, но не квадрат целого числа, то нет рационального числа, которое разбило бы систему рациональных чисел R на два класса таким образом, что к одному принадлежали бы числа, квадрат которых больше D, к другому — меньше. Это послужило предпосылкой для так называемой «третьей теоремы» Кантора, говорящей о том, что существует неограниченное число вещественных трансцендентных чисел, содержащихся между двумя данными вещественными пределами a и $b>a$. Под трансцендентными числами при этом подразумеваются числа, не являющиеся ни рациональными, ни алгебраическими («Алгебраическим числом называется всякий корень алгебраического уравнения с целыми рациональными коэффициентами...»[1]). Первым таким трансцендентным числом, ставшим известным благодаря работам Эрмита, было число $e=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$. Кантор доказал, что множество всех трансцендентных точек имеет большую мощность, чем множество всех алгебраических точек.

Этот факт с максимальной ясностью иллюстрирует слабость наглядных представлений человеческого интеллекта в интерпретации бесконечного. С точки зрения наглядных представлений трудно вообразить себе, что множество рациональных чисел всюду плотно (т. е. между любыми двумя рациональными числами можно поместить бесконечное множество других рациональных чисел) и вместе с тем еще на прямой

[1] А. О. Гельфонд. Трансцендентные и алгебраические числа. М., 1952, стр. 7.

остается место для множества иррациональных чисел. Как бы мизерно ни было расстояние между двумя рациональными точками, между ними находится бесконечно много иррациональных точек, а между любыми, сколь угодно близкими иррациональными точками, находится бесконечное множество рациональных точек. С трудом представив себе еще эти две каким-то образом помещающиеся друг в друге бесконечности, воображение не в состоянии найти место между этими двумя бесконечностями еще третьей бесконечности — бесконечности трансцендентных чисел, которая к тому же оказывается по мощности более высокого класса, чем бесконечность рациональных и алгебраических чисел.

В дальнейшем учение о непрерывности Дедекинда развивалось и систематизировалось многими математиками. Мы упомянем лишь о трактовке Хаусдорфа.

По Хаусдорфу, при разбиении упорядоченного множества A на начальный участок P и концевой участок Q может быть четыре случая: 1) P имеет последний, Q имеет первый элемент (скачок); 2) P имеет последний элемент, Q не имеет первого (сечение); 3) P не имеет последнего, Q имеет первый элемент (сечение); 4) P не имеет последнего элемента, Q не имеет первого элемента (пробел)[1].

Такая классификация позволяет определить множество рациональных чисел как плотное, но имеющее пробелы, и поэтому математическое (но не интуитивное) отличие непрерывности рациональных чисел от непрерывности в смысле Дедекинда, не имеющей пробелов при той же плотности, устанавливается вполне определенно.

Представление о включении или невключении концевых точек отрезка в сам отрезок позволяет также дать уменьшенную копию наиболее примитивной модели мира в целом — бесконечной числовой оси. Основное свойство бесконечной числовой оси сводится к тому, что всегда можно прибавить к имеющемуся числу единицу и никогда нельзя дойти до конца ряда. Основное свойство отрезка без концевых точек, называемого интервалом, заключается в том, что всегда к содержащимся в нем числам можно прибавить еще какое-то дробное число и никогда нельзя дойти до последней, крайней точки интервала — ее нет. Множество точек интервала является множеством бесконечным, хотя в отличие от натурального ряда оно ограничено. Однако можно было бы сказать, что бесконечный натуральный ряд чисел ограничен первым трансфинит-

[1] См.: Хаусдорф. Теория множеств. М., 1937.

ным числом так же, как, например, интервал (0, 1) ограничен справа единицей, которая недостижима для чисел интервала. Неисчерпаемость дробных величин, предшествующих в интервале невключенной в него единице можно преодолеть, оторвавшись от последовательного продвижения через достаточно мелкие промежутки, прибавив, например, не дробную величину, а две или три единицы и «перепрыгнув» таким образом недостижимый при постепенном продвижении предел.

Но логически вполне допустимо тогда оторваться от постепенного прибавления обычных чисел в натуральном ряду и совершить скачок за ω, подобно тому, как представляется допустимым «перепрыгнуть» единицу в интервале (0, 1).

Если же соблюдать установленные и для интервала, и для бесконечного числового ряда математические закономерности, то между ними получается интересная аналогия — мы как бы держим бесконечность интервала (0, 1) в руках, но тем не менее она оказывается для нас такой же загадочной, как и бесконечность пересекающей все вселенные прямой.

Это обстоятельство уже встречалось нам при рассмотрении равноправия проблем бесконечно малого и бесконечно большого. В этом мы видим подтверждение мысли о том, что проблема индивидуации, т. е. вопроса о том, что такое конечное, является второй стороной проблемы мира в целом.

В проблеме континуума связь между этими двумя сторонами, между «наивностью» единицы и глубиной континуума, проявляется в теореме, определяющей переход от мощности низшего порядка к мощности высшего порядка.

Теорема эта говорит о том, что мощность всех частей (подмножеств) данного множества дает мощность более высокую, чем мощность данного множества. Математически это формулируется в виде соотношения

$$2^{\nu} > \nu.$$

Для исходного случая, т. е. конечного множества, состоящего из одного элемента, эта теорема доказывается тем, что, кроме части этого множества, выражаемой самим множеством (одним элементом), есть еще другая часть этого же множества, пустое множество. В результате, если данное множество соответствовало единице (мощность для конечного множества совпадает с количеством элементов), то множество всех его частей соответствует двум.

Затем по индукции это доказывается для любого конечного, а потом и бесконечного множества.

Такое доказательство свидетельствует о том, что понятия единицы и двойки рассматриваются как самоочевидные. Но это не так. Для философа олицетворение бытия и небытия (все множество и пустота) с помощью двух единиц, внутренне тождественных и объединяемых затем в одно число «2», может выглядеть лишь как введение в проблему, но не как решение проблемы.

Вейль писал по поводу нетривиальности понятия единицы и сложности процесса следования единиц друг за другом: «Сомнение в отсутствии пробелов в ряду канторовых алефов... овладевают нами впервые не при рассмотрении алеф—один и даже алеф—нуль, но уже в самом начале числового ряда. Утверждение, что 1 есть наименьшее следующее за 0 кардинальное число[1], должно быть отброшено, как ни на чем не основывающееся»[2].

Ту же мысль подразумевал Кронекер, когда говорил, что все сложности математики — это дело рук человека, а натуральный ряд чисел может быть только «творением Бога».

Из текста работ Вейля и Кронекера достаточно ясно видно, что они при этом имеют в виду не примитивный смысл арифметическо-геометрического счета на пальцах или измерения расстояния между двумя планетами, а проблему индивидуации на том же уровне ее понимания, который характерен для упоминавшихся выше работ Б. Рассела, Карнапа и др.

Реальность вопроса о более глубоком понимании обычных объектов арифметики, основывающемся на попытке внести в полную однородность этих объектов элемент различия, отмечалась и в советской математике. Так, Яновская в предисловии к книге Карнапа «Значение и необходимость» отмечала, что в тождествах X=X, 1=1 и т. п., левый X и левая единица уже по одному тому не совсем тождественно равны правому X и правой 1, что они именно левые, а не правые.

Конечно, далеко не все улавливали в обычных объектах арифметики скрытый подтекст, более глубокий уровень, соответствующий пониманию конечных объектов как запутанных узлов тех линий, которые идут в равной степени как из области «бесконечно большого», так и из области «бесконечно малого».

Так, Джемс полагал, что все трудности апории «Ахилл и черепаха», снимаются просто тем, что природа производит

[1] Мощность иногда называют кардинальным числом.
[2] Г. Вейль. О философии математики, стр. 118.

всегда целое яйцо, а не половину, четверть и т. д., т. е., что понятие индивидуального, единичного изначально[1].

Витгенштейн также считал, что фиксируемое нами различие одного объекта от другого, дающее основание для абстракции «два», самоочевидно.

Крайность здравого рассудка в оценке единицы Пуанкаре выразил следующим образом: «Я лично в логистике вижу только одни путы для творчества, — и если для того, чтобы установить, что 1 есть число, требуется 27 уравнений, то сколько же их потребуется для доказательства какой-нибудь подлинной теоремы?»[2].

Крайность мистицизма в оценке единицы Пифагор выразил так. Единица — это основание бытия и цель бытия; единица не есть число, а основание всякого числа, являющегося сущностью видимых нами вещей; подобно тому, как не будучи сама ни четным, ни нечетным, единица творит и четное и нечетное, точно так же она является творящим началом ограниченного и неограниченного, конечного и бесконечного, не будучи сама ни конечной, ни бесконечной, а будучи эоном, м носом[3].

Однако основная линия развития в интерпретации единицы по всей видимости шла где-то между этими крайностями.

Б. Рассел связывает понятие единицы с понятием амера в древнегреческом смысле этого слова: «Могут ли существовать единицы, недоступные разложению по той причине, что у них нет частей, являются вопросом, для разрешения которого н никаких средств. Да это, впрочем, и не так существенно, п сколько нет ничего ошибочного в таком описании структур которое начинается с простых единиц, которые сами впосл ствии оказываются сложными. Например, точки могут бы определены как классы событий, но это нисколько не вред традиционной геометрии, которая трактовала точки как п стые»[4].

С нашей точки зрения это высказывание Рассела следу оценить положительно постольку, поскольку в нем призна ся, что вопрос о природе индивидуального, отдельного, е ничного — это целая проблема, проблема индивидуации, бол

[1] См.: У. Джемс. Вселенная с плюралистической точки зрения. 1911.

[2] А. Пуанкаре. Указ. соч., стр. 117.

[3] См.: П. Линицкий. Обзор философских учений. Киев, 1874.

[4] Б. Рассел. Человеческое познание, его сфера и границы. М., стр. 286.

важная, чем многие, или даже, может быть, все «подлинные теоремы», о которых говорил Пуанкаре.

Это же высказывание Рассела должно быть оценено отрицательно постольку, поскольку в нем содержатся элементы агностицизма и преформизма. Безусловно, в одном случае можно рассматривать Землю как исчезающе малую точку, это вполне допустимо в небесной механике, а в другом случае Землю можно рассматривать как бесконечно большую величину (в обычной, земной механике), но это еще не дает повода для того, чтобы продолжать эту ситуацию в духе преформизма и дурной бесконечности, т. е. полагать, что точка в нашем мире — это Вселенная в каком-то другом мире, имеющем в свою очередь точку, являющуюся целым миром для еще более малого масштаба существования и т. д.

В итоге о понятии единицы можно, по нашему мнению, сказать следующее.

Предпосылкой понятия математической единицы в ее обыденной, арифметическо-геометрической форме является та степень индивидуализированности окружающих нас явлений действительности, которая фиксируется нашим здравым смыслом ,являющимся продуктом приспособления к выживанию в условиях Земли. Целостность волны, арки и т. п. служит в этом отношении иллюстрацией. Волна, например, может проявиться как волна только в том случае, если осуществлена ее целостность, ее полный период, ее единичность.

Но свойства и закономерности таких раеальных единиц фиксируются различными математическими единицами с различной степенью соответствия.

Наиболее грубым приближением к реальности является арифметическо-геометрическая единица и ее аналоги — «элемент», «вещь» и т. п. Причину этого можно видеть в том, что и «единица» арифметики, и «вещь» Гильберта, и «элемент» Кантора безразличны к тому, что из них конструируют. Это безразличие оборачивается парадоксами типа парадокса целого и проблемами типа континуума. Если же единицы, вещи и т. п. рассматриваются не как субстанция, безразличная к тому, что с ней совершается, то получается картина иная. Играющая роль «единицы» в матричном исчислении единичная матрица не дает уже оснований для резкого отделения субстанции в соответствующей операции от самой операции, а поэтому и лучше отражает реальность.

Такое изменение смысла единицы повторяется и при рассмотрении близкого к понятию единицы понятия точки.

§ 3. Проблема точки

Понятия протяженности (континуума), единицы (числа) и точки связаны между собой. Однако связь не является взаимно однозначной. Это, с одной стороны, вызывает трудности в соответствующих математических построениях, а с другой стороны, позволяет заметить те проблески нетривиального подхода к бесконечному, которые могут быть путеводной нитью в выработке перспективного понимания бесконечного.

О сущности проблематики соотношений между протяженностью, числом и точкой Н. Н. Лузин писал: «Рассмотрим линейную протяженность E. В этой протяженности E мы, прежде всего, различаем рациональные точки; это те точки, расстояние которых от начала координат есть рациональное число.

Но в протяженности E есть много других точек. Непосредственный пример такой точки дается нам диагональю квадрата со стороной 1: это точка, которую мы получаем непосредственным построением, не употребляя никакого арифметического приближения.

Но протяженность E содержит еще другие точки, кроме рациональных и конструктивных точек. Классическим примером служит неперова база e; все эти точки даются нам при помощи арифметических приближений.

...Первая трудность, которая нам представляется, относится к существованию конструктивных точек, не имеющих никакого арифметического приближения, а также существование арифметических точек, не допускающих никакой конструкции. Не входя в тяжелые дискуссии, я ограничивался указанием на то, что существуют точки, для которых сначала дается конструкция, и существуют точки, для которых сначала дается приближение»[1].

Рассмотрим вначале соотношение между точкой и единицей. Единица и точка имеют как сходство, так и различие. Сходство заключается в том, что и единица, и точка служат символом дискретности, индивидуальности, изолированности. Различие их в том, что единица, даже если ее понимать не в арифметическо-геометрическом смысле, а в смысле Рассела, т. е. как атом, неделимое, тем не менее имеет части, имеет конечный объем. Точка же является актуально бесконечно малым и, подобно амеру Демокрита, частей не имеет. В этом

[1] Н. Н. Лузин. Лекции об аналитических множествах и их приложениях. М., 1953, стр. 21.

плане точка аналогична нулю, пустому множеству и является таким же примитивным символом мира в целом, как и понятия актуально бесконечного большого, множества всех множеств, квантора всеобщности и т. п. Разница здесь только в том, что в одном случае берется один предел прямолинейной градации «больше—меньше», а в другом — другой предел.

Это обстоятельство помогает при встрече с пренебрежительным отношением к точке уяснить, к чему относится скептицизм — к примитивизму ли такого образа мира или же к самому миру, к феномену Вселенной.

С этой точки зрения Гильберт не является противником бесконечного вообще, он, возможно, лишь противник примитивных образов неконечного мира.

То же можно сказать и о Ф. Франке, который считал, что «нигде во всей системе геометрии нельзя найти определения прямой линии или точки»[1]. Именно в этом смысле высказывался Лебег: «Геометрическое измерение начинается как физический процесс, но завершение его имеет характер метафизический. Совершенно бесполезно пытаться устранить это затруднение, так как оно коренится в понятии точки. Это понятие можно постичь лишь усилием ума, включающим предельный переход, т. е. охватив мысленно неограниченный ряд операций, и любое геометрическое измерение вынуждено иметь дело с такой процедурой. Чтобы избавиться от нее, нужно было бы запретить говорить о точках...»[2].

Иной позиции придерживается А. Д. Александров. Он полагает, что «точка в геометрии определению не подлежит»[3], она простейший структурный элемент геометрии, подобно тому, как «событие» является простейшим структурным элементом в физике.

Здесь представляется неправомерной сама постановка вопроса в плоскости признания существования простейших, по самой своей природе не подлежащих анализу, понятий.

Если в физике начинают рассуждение с «событий» как исходного понятия, то это еще не дает основания говорить что-либо подобное о точке. Действительно, во-первых, эта параллель является не больше, чем аналогией. Во-вторых, говоря о «событии», «факте», «атомарном факте» и т. п. разные авторы вкладывают в эти понятия разный смысл. Некоторые из

[1] Ф. Франк. Философия науки. М., 1960, стр. 144.
[2] А. Лебег. Об измерении величин. М., 1960, стр. 104.
[3] Философские проблемы современного естествознания. М., 1959, стр. 130.

них под событием подразумевают описания типа: «в такое-то время в таком-то месте произошло то-то», т. е. расчленяют события на пространственно-временные координаты и показатели массы, скорости и т. п. Такое понимание событий равносильно сведению его к понятиям сантиметра, грамма и секунды как изначальным, простейшим и самоочевидным, с чем согласны далеко не все.

Другие авторы не расчленяют события на сантиметр, грамм, секунду, а берут его в целом, но можно ли сказать, что они рассматривают его как нечто простейшее и самоочевидное? По-видимому, нет, поскольку приходится решать вопрос о природе пространства этого события. Ф. Франк по этому поводу пишет: «Мы можем сказать: если «атомный объект» проходит от источника сквозь диафрагму к экрану, то пространство между источником и экраном находится в определенном состоянии, которое при определенных условиях вызывает события, локализующиеся в очень небольшой области вокруг геометрической точки, вроде вспышек на экране (точечные явления), — или — при других обстоятельствах — события, имеющие определенное направление, вроде импульсов, сообщаемых диафрагме (импульсные явления)»[1]. Человек способен зафиксировать лишь результат столкновения электрона и позитрона, превращение кислорода в озон и т. п., но особенно важным является тот момент, когда кислород уже не кислород, но еще и не озон, когда электрон уже не электрон, но еще и не фотон, а это немыслимо без проникновения в самую глубинную сущность пространства, времени, движения. Поэтому нелогично говорить о «простом» событии, имеющем «не простую» пространственно-временную природу.

Если же признать, что точка — это математический символ бесконечности мира, ничем принципиально не отличающийся от «лежащей восьмерки», то представляется очевидным, что исчерпать смысл реальности, обозначаемой этими знаками ,нельзя. Поэтому ни о каком раз навсегда данном содержании понятия точки говорить нет смысла. Можно лишь говорить о перспективном понимании точки.

Это было совершенно ясно Ф. Клейну, пытавшемуся определить тенденции в понимании точки, а не дать ей какое-либо исчерпывающее определение. В этом плане Клейн обращал внимание на обобщенное понимание точки Плюккером[2].

В том же смысле высказывался Вернадский, прямо прово-

[1] Ф. Франк. Указ. соч., стр. 344.
[2] См.: Ф. Клейн. Неевклидова геометрия. М.—Л., 1936, стр. 44—45.

я параллель между космосом и точкой (во времени): ...такая же бездна открывается сейчас в понимании мгновения. Для мгновения, для точки времени, — Zeitpunkt Пала- ия — вскрывается реальное содержание, не менее богатое, ем то, которое нами сознается в безбрежном пространстве — ремени Космоса»[1].

Понимание точки в духе Клейна—Варнадского было характерно и для древнегреческого мышления. Так, хотя Эвклид считал вполне однозначно: «Точка есть то, что не имеет частей»[2], однако, другие древние мыслители проводили различие между точкой — signum и точкой — punctum, рассматривая последнюю как нечто более самодовлеющее. Тем самым в понятие точки вносился элемент динамизма, развития. Впоследствии это различие было утрачено.

Понятие точки тем более схематично и парадоксально, чем больше степень ее изолированности, чем более она рассматривается самодовлеюще, безотносительно ко всему остальному.

Рассмотрение шара невозможно без использования понятия одной точки, центра шара. Эта точка существенно отличается от всех остальных точек шара, она именно «одна», но в ней нет ничего темного и колеблющегося, так как абстрагирующая мысль создает себе образ этой точки параллельно с образом шара.

Аналогичное положение имеет место при рассмотрении одной экстремальной (здесь даже изолированной) точки[3] уравнения $y^2 = -4x^2 + x^4$

И другие экстремальные точки, смысл которых обусловлен преимущественно смыслом порождающих их функций, обычно также не ведут к каким-либо парадоксам.

Но этого уже нельзя сказать о понятиях отрезка и интервала. Здесь трудно проникнуть дальше формального определения, которое называет замкнутым отрезком (сегментом) интервал с концевыми точками и интервалом — отрезок без концевых точек. В чем смысл одной точки конца отрезка и насколько эта точка, определяя отрезок, определяет себя? Индивидуальность одной точки здесь в какой-то мере предшествует понятию отрезка и как бы закрывает его.

Когда же одну точку вообще берут за исходное понятие,

[1] В. И. Вернадский. Проблема времени в современной науке. «Известия АН СССР» (серия математическая), 1932, № 4, стр. 538.
[2] «Начала Эвклида». М.—Л., 1948, стр. 11.
[3] П. К. Рашевский. Курс дифференциальной геометрии. М., 1956, стр. 32.

а свойства ее выводят из того, что она должна определять, то неясность общей картины получается еще большей.

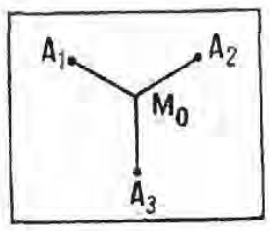


Схема 4

Так, в теореме о нарушении непрерывности при отображении континуумов разного числа измерений говорится о том, что если признать удовлетворяющими понятию отрезка, т. е. интервала с концевыми точками, три пересекающиеся в одной точке геометрические линии M_0A_1, M_0A_2, M_0A_3 (схема 4), то невозможно будет однозначное отображение их на один сегмент (схема 5), так как

$[\,0 \leqslant t \leqslant 1\,]$,

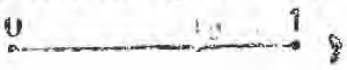


Схема 5.

одной точке третьего отрезка «не хватает места» (в рамках закона исключенного третьего).

Рассмотрим более детально этот вопрос. Предположим, что имеется взаимно-однозначное соответствие между точками отрезков M_0A_1, M_0A_2, M_0A_3 и точками трех линейных множеств E_1, E_2, E_3, принадлежащих сегменту $[0 \leqslant t \leqslant 1]$. Множества E_1, E_2, E_3 имеют только одну общую точку, принадлежащую им всем: это есть точка t_0 сегмента $[0 \leqslant t \leqslant 1]$ соответствующая общей точке M_0 трех отрезков M_0A_1, M_0A_2, M_0A_3, все же остальные их точки попарно различны. Далее доказывается, что E_1, E_2, E_3 есть замкнутые множества, сегменты. Но это несовместимо с тем, что они имеют одну общую точку. Ведь если два какие-либо сегмента имеют одну общую точку, то это означает, что она есть концевая и что оба сегмента лежат по разные стороны от нее. Третий же, сегмент, содержащий ту же самую точку, необходимо должен содержать бесчисленное множество точек одного из двух сегментов. Между тем множества E_1, E_2, E_3 не должны иметь никаких общих точек, кроме t_0, потому что все точки сегментов M_0A_1, M_0A_2, M_0A_3 попарно различны, кроме точки M_0, принадлежащей им всем. Поскольку здесь справедлив закон исключенного третьего, по которому точка множества или является общей с другим множеством или не является, третьего не дано, то полученное противоречие расценивается как доказательство невозможности однозначного отображения двумерного геометрического образа на одномерный[1].

[1] См.: Н. Н. Лузин. Теория функций действительного переменного, стр. 215—216.

Приведем еще один пример. Эвклидовы представления о том, что точка — это не имеющая частей граница линии, что линия — это длина без ширины, являющаяся границей поверхности, и что поверхность — это граница объемной фигуры, имеющая длину и ширину, но не имеющая глубины, казались самоочевидными, пока польский математик Серпинский не предложил фигуру, названную впоследствии «ковром Серпинского», о которой нельзя уже было с уверенностью сказать, чем она является по Эвклиду: линией или поверхностью. Строится «ковер Серпинского» следующим образом. Берется квадрат, делится на 9 равных частей, вынимается средняя часть, причем граница ее остается, затем делятся на 9 равных частей оставшиеся 8 квадратов, из них тоже вынимаются средние части (без границ) и так до бесконечности.

Поверхностью в смысле Эвклида эту фигуру назвать нельзя, поскольку вся она «продырявлена», но ее нельзя назвать и линией, так как непосредственно (наглядно) не ясно, имеет она ширину или нет. Исправляя Эвклида, Жордан определил линию как траекторию движущейся без скачков точки. Однако Пеано доказал, что линиями в смысле Жордана являются и треугольник, и квадрат, и круг (причем именно вся их площадь, а не периметр).

Г. Кантор предложил такой выход из этого затруднения: плоской линией называется лежащий на плоскости континуум, не заполняющий ни одного сплошного куска плоскости. Если взять плоскость, в которой предполагается эта линия (обычно берут квадрат), и выбросить из нее счетное множество кругов, оставляя их границы, т. е. отсекая как бы все «лишнее» в данной плоскости, то можно получить линию в смысле Кантора. «Ковер Серпинского» вполне подходил под определение линии в понятии Кантора.

Но у линии Кантора был существенный недостаток — определение ее не годилось для пространственных линий. Неясным оставался и вопрос о поверхности в пространстве.

Урысон подошел к проблеме с другой стороны, задавшись вопросом о том, что такое размерность вообще, т. е. почему надо говорить, что отрезок или окружность имеют размерность 1, квадрат — 2, куб или шар — 3. Он отвечал следующим образом. Чтобы отделить часть линии от всей основной линии, достаточно двух или нескольких точек. Часть поверхности невозможно отделить от всей поверхности точками, здесь нужна уже линия. Только с помощью поверхности, а не линии или точек, можно отделить часть объема.

Урысон начинал свои размышления с определения множества размерности нуля, рассматривая свойства множества одной точки или конечного числа точек. У каждой точки такого множества можно выделить окрестность с «пустой границей», т. е. область, в которой не будет иных точек, кроме данных.

Для размерности единицы Урысон дал такое определение: множество F имеет размерность единицы, если оно не является нульмерным, но у любой его точки есть сколь угодно малая окрестность, пересечение границы которой с множеством F нульмерно. Все канторовы линии оказались в этом смысле размерности единицами.

Пространственная линия определялась Урысоном как континуум размерности единицы. Линии в пространстве h измерений определялись по индукции.

Легко заметить, какое большое значение в системе Урысона имеет граничная точка. Но вместе с тем, из определения меры известно, что мера сегмента (участок прямой с концевыми точками) и мера соответствующего интервала (участок прямой без концевых точек) будет одна и та же, т. е. современное понимание меры не замечает этого, кардинального для системы Урысона, различия. Например, если мера данного геометрического объекта равна $^1/_3$, то неясно, отрезок это или интервал. Аналитическое учение о мере не рассматривает вопрос о том, входят ли границы числа $^1/_3$ в само это число или нет, в то время, как геометрическое рассмотрение, как мы видели, почти целиком построено на фиксировании граничной точки.

В результате получается парадоксальная ситуация тогда, когда эти граничные изолированные точки выдвигаются на первый план. Так, если делят отрезок на три части, вынимают средний интервал (т. е. оставляют граничные точки), затем повторяют эту операцию по отношению к оставшимся двум отрезкам и т. д., то в результате получается аналогичное «ковру Серпинского» канторово совершенное трихотомическое множество, значительную часть которого составляет множество оставшихся при удалении интервалов граничных точек. Множество это оказывается бесконечным, плотным и замкнутым, но мера его будет равна нулю.

Парадоксальность эта, как и в предыдущем примере с теоремой о нарушении непрерывности, по нашему мнению, самым непосредственным образом связана с формальным пониманием бесконечного: прямая мыслится как состоящая из

бесконечного числа индивидуальных, допускающих четкую фиксацию и изоляцию точек различного сорта — рациональных, иррациональных, трансцендентных. Но никогда сумма точек как геометрических нулей не приведет к континууму и никогда при таком понимании точки деление континуума не приведет к точке.

Все это свидетельствует о неидентичности смысла понятия «точка» в геометрии шара и в теореме о нарушении непрерывности при отображении континуумов разного числа измерений в теории меры и в теории размерности Урысона.

В связи с этим можно сделать следующие предположения.

По-видимому, все дело заключается в том, что экстраполяция понятия одной точки имеет такой же барьер надежности в математике, какой имеет понятие индивидуума в физике или понятие дурной бесконечности в философии.

Брауэр пытался выйти из трудностей несовместимости понятий точки и континуума, определяя континуум не актуально, а потенциально, как «среду свободного становления» при прежнем понимании точки. Яновская, наоборот, рекомендует изменить смысл точки, оставляя, по существу прежним понятие континуума: «Вопрос о роли такого рода идеализаций, как лишенные протяженности «момент» или «точка» для отображения движения, — приближенного хотя бы, — который занимает философию еще со времен Аристотеля, и до сих пор заслуживает, конечно, особого рассмотрения. Здесь мне хотелось отметить только, что в современной конструктивной математике пытаются исходить из других предположений. В частности, там нет предположения, что каждый момент времени, каждую точку пространства можно индивидуализировать, «уловить»[1].

Исходя из высказываний Брауэра и Яновской можно утверждать, что идея о наличии барьера надежности при экстраполяции понятий как актуально бесконечно большого (протяженности), так и актуально бесконечно малого (точки), имеет место в современной математике.

Неоправданность ничем не ограниченного экстраполирования понятий одной изолированной точки подтверждается также приводившимся выше примером из теории вероятностей, где используется представление о точечной мишени и точечной пуле. Как и в классическом случае парадоксальности конструирования континуума из точек, в этом примере говорится о парадоксальности конструирования абсолютной достоверности

1 См.: «Философские проблемы современного естествознания», стр. 459.

из абсолютной невозможности. Реальность, очевидно, лежит где-то между этими крайностями.

Если признать существование барьера надежности при экстраполяции начального смысла точки, то все же останется неясным вопрос о том, где же в том или ином конкретном случае искать предельные рубежи для использования этого смысла.

По-видимому, предел лежит между сколь угодно малым и актуально бесконечно малым. Подтверждение этого можно видеть в принципиальном различии между сколь угодно малым надрезом на шаре, еще допускающим изгибаемость его, и изъятием одной точки или конечного числа точек уже не приводящем к изгибаемости шара[1].

Когда бесконечное множество точек между двумя точками секущей линии превращается в одну точку касательной, то это аналогично есть именно тот момент, когда понятия точки как актуально бесконечно малого и протяженности как актуально бесконечно большого теряют смысл.

Понятия точки и расстояния теряют смысл также тогда, когда говорят о непосредственно соседних точках. Понятие двух непосредственно соседних точек является самопротиворечивым. Две точки есть действительно непосредственно соседние тогда, когда между ними нет ничего третьего и они контактируют друг с другом. Но не имея протяженности они в этом случае будут сливаться друг с другом. Если же точки не контактируют друг с другом, то между ними есть какое-то расстояние, а любое расстояние способно вместить бесконечное множество точек, отличных от рассматриваемых двух точек.

Представления точки и континуума взаимно обусловливают друг друга, и границы применимости их являются более или менее одинаковыми.

Таким образом, и бесконечно большое континуума, и бесконечно малые точки — это первые, максимально примитивные образы мира в целом, созданные человеком, начинающим мыслить не мифически. Предпосылкой этих образов является вера в законность экстраполяций до каких угодно пределов выработанного в сфере нашего ближайшего окружения понятия больше—меньше (больше или меньше лет жизни человека или галактики, больше или меньше расстояние от звезды до звезды и т. д.). Но такое упрощение картины мира равносильно оценке картины «Джиоконда» по количеству израсходованной на нее краски.

Правда, в этом сравнении есть и другая сторона. Хотя количество краски и является примитивным критерием для оценки картины в целом, тем не менее оно в каких-то пределах допустимо (например, при выяснении вопроса о составе красок и т. п.). То же самое можно сказать о протяженности и точке. При всем примитивизме нельзя их просто сбрасывать со счета, объявлять фикцией. Как бы ни определяли длину в теориях меры, основной задачей остается — объяснить длину видимой Вселенной (а не объяснять какую-либо искусственно сконструированную последовательность чисел, знаков или мощностей). Искусственно конструируемые последовательности могут лишь подвести к ответу на этот главный вопрос (или хотя бы к намеку на такой ответ).

В этом плане те или иные построения математики имеют вполне определенное значение. Например, в теории множеств, стремящейся решить проблему континуума, не имеют, по-видимому, направляющего значения предложения, определяющие точку как самодовлеющий элемент, как простой строительный материал, как «не имеющую частей» и т. п. Напротив, имеют значение предложения, фиксирующие противоречивую роль точки в парадоксах («множество не может быть элементом самого себя» и т. д.) и отмечающие своеобразное положение точки в теоремах, где «все пространство» и «точка» оказываются почему-то в непосредственной близости друг от друга. Если предположить, что содержание таких теорем отражает реальность лучше, чем низшие отделы математики, то из этого будет следовать вывод о том, что и смысл понятия точки не остается закоснелым где-то на низших, исходных рубежах теории множеств, в рамках «элемента построения», что и он получает определенное развитие. Характер этого развития пока не позволяет говорить о проникновении сквозь уровень дурной бесконечности, но позволяет хотя бы видеть направление такого проникновения.

[1] См.: Д. Гильберт и С. Кон-Фоссен. Указ. соч., гл. IV.

Глава III

МОДЕЛИРОВАНИЕ БЕСКОНЕЧНОГО ЯЗЫКОМ СОВРЕМЕННОЙ НАУКИ

§ 1 Соотношение между научным языком и обыденным

Научный язык нашего времени является сочетанием обы денного языка и языка математики. Сочетание это н всегда механистично. Иногда осмысливание математически конструкций с помощью обыденного языка дает результаты, несводимые ни к чисто математическому аспекту, ни к чисто обыденному.

Куда отнести, например, такие понятия, как матрица рас сеивания Гейзенберга, спинор, грансляционно-дисперсионное время и т. п.? Они не сводятся ни к математическому, ни к обыденному аспекту. Иногда их называют физическими поня тиями, иногда философскими, но совершенно очевидно, что в их формирование внесли вклад и математика, и физика, и философия, и традиционная логика обыденного языка.

Вопрос о том, насколько правомерно использование нау кой слов и представлений, выработанных здравым рассуд ком, возник с появлением квантовой механики и теории от носительности. С. И. Вавилов по этому поводу писал: «И в наше время рядом с наукой, одновременно с картиной явле ний, раскрытой и объясненной новым естествознанием, про должает бытовать мир представлений ребенка и первобыт ного человека»[1].

Почти такого же мнения придерживался П. Ланжевен: «Мне кажется, что представление об индивидууме не имее резкой нижней границы и выявляется с возрастающей ясно стью по мере усложнения структуры.

...Идеи наших предков перестали соответствовать совре менному представлению о мире»[2].

Таких высказываний можно было бы привести много

[1] С. И. Вавилов. Собр. соч., т. 4. М., 1956, стр. 161.
[2] П. Ланжевен. Избранные произведения. М., 1949, стр. 362, 329.

Смысл их в одном: если правомерно обобщение понятия «одного» сантиметра до «миллиона» сантиметров, то правомерно ли это для 10^{100} см и т. д.

Известно, что обратной стороной бесконечного прогресса арифметическо-геометрической протяженности является проблема индивидуации, и точно так же обратной стороной проблемы индивидуации является бесконечный прогресс натурального ряда чисел и геометрической протяженности.

Представляя себе длину дома, объем комнаты, расстояние от Земли до Солнца и т. п., мы бессознательно исходим из существования бескачественной геометрической протяженности, совершенно отвлекаясь от вопроса о том, что лежит в ее основе.

Длину дома и расстояние от Земли до Солнца нельзя измерять без постулирования однородной единицы длины и без использования принципа тождественной повторяемости этой единицы. Но и философия, и естествознание утверждают, что в мире нет ничего ни абсолютно тождественного, ни абсолютно отличного. Абсолютное отличие чего-то означало бы полное отсутствие связи этого «чего-то» с миром в целом, что привело бы к удвоению мира, а мы с самого начала признали единственность Вселенной. Абсолютное тождество является второй стороной абсолютного отличия, и поэтому если нет одного, то нет и другого.

Следовательно, отличие существует на любом уровне, оно есть и в парсеке, и в километре, и в ангстреме. Мы ясно себе представляем отличие на уровне именованных чисел и никогда не будем объединять одним числом, например, граммы и градусы. Но отличие на уровне одного ангстрема наша интуиция не улавливает, и мы объединяем все находящееся в «районе» одного ангстрема этим недифференцированным, однородным понятием: «один ангстрем». Если мы говорим: «длина этого дома 40 метров», то, значит, полагаем, что уровень сходственности объектов, к которым приложено понятие числа и однородной единицы, достаточен. Но в этом-то пункте и кроется корень всей проблематики бесконечного прогресса и индивидуации. Ведь нет какого-либо раз навсегда данного, от человека совершенно независимого критерия по определению этой «достаточности» или «недостаточности». Нам представляется однородной стена дома, а на самом деле нет однородности и в атомно-молекулярной структуре бактериофага. И наоборот, то, что позволяет нам говорить о «двух объектах» может быть вовсе и не является чем-то достаточно

объективным (в том смысле, в каком мы говорим о «недостаточной объективности» наблюдаемого нами факта движения Солнца вокруг Земли).

Здравый рассудок считает различным то, что занимает различимые места на общемировом однородном фоне протяженности. Вера в существование этого общемирового однородного фона протяженности является дополнением и обратной стороной веры в существование изолированной единицы.

Но постулирование изолированной, тождественной самой себе единицы, ничем не оправдано. Природа не знает идентичных интервалов ни во времени, ни в пространстве. Какого бы высокого порядка малости или, наоборот, величины объект ни был, он всегда будет в чем-то отличаться и в чем-то сходствовать со всем остальным миром. Любой объект нельзя считать ни полностью идентичным с чем-то, ни абсолютно отличным.

Таким образом, дискредитировав понятие единицы, мы одновременно дискредитировали бы понятие однородного общемирового фона протяженности. Чтобы осуществить это, необходимо прорвать круг привычных нам идей фетишизирования отдельных черт непосредственно доступной нам объективной действительности и видеть, например, в том или ином объекте не только его длину, но и лежащую за пределами наглядности его сложную природу. Любое конечное тело — Земля, дом, галактика, атом — является конечным, т. е. имеющим определенный объем, длину и т. п., только с точки зрения своего наиболее внешнего и доступного непосредственному наблюдению механического состояния. Учет свойственного любому телу гравитационного или электромагнитного поля уже делает такое тело не конечным. Конец как полное исчезновение объекта за какой-то четко различимой гранью — это натяжка, необходимая человеку в его процессе приспособления к сфере своего ближайшего окружения[1], но совершенно не обязательная в процессе осмысливания природы мира в целом.

[1] Подобно тому, как лягушка прекрасно видит предметы величиной с муху, но неспособна отличить солнечный день от пасмурного, точно так же глаз человека прекрасно фиксирует контурные линии и мало замечает связь между тем, что эти контурные линии разделяют. В глазах человека мир — это именно мозаика отдельных тел, отграниченных друг от друга четкими границами раздела.

Безусловно, было бы абсурдом требовать, чтобы человек в своей обыденной деятельности учитывал наличие нигде не заканчивающегося электромагнитного поля дома, в котором он живет, и такого же гравитационного поля шляпы, которую он носит. Но при рассуждениях о мире в целом этот учет неизбежен.

Таким образом, вопрос о том, насколько правомерно использование наукой слов и представлений, выработанных здравым рассудком, решается, по-видимому, так.

Чем ближе та или иная область знаний к сфере обыденной, практической жизни человека, тем правомернее использование в ней слов и представлений, свойственных здравому рассудку. Математика, пока она не затрагивает вопросов обоснования математики, биология, если она не углубляется до уровня молекулярной биологии, архитектура, геология, теория механизмов и машин, география, медицина и другие науки, если только они не углубляются до проблем структуры вещества, природа мышления и т. п. вполне могут обходиться терминологией и образами здравого рассудка. Но чем ближе та или иная область знаний к сфере вопросов природы мира в целом, тем опаснее некритическое заимствование слов и образов здравого рассудка. В определенных случаях гипноз обыденных слов, привычка некритического использования освещенных тысячелетней традицией образов могут стать главным препятствием в осмысливании универсума.

§ 2. Релятивистское пространство—время—движение

В отличие от дорелятивистского пространства—времени—движения, распадающегося на четко отграниченные друг от друга протяженность, длительность и перемещение, в релятивистской теории изолированное рассмотрение этих аспектов невозможно. В этом релятивистская теория сделала большой шаг вперед. Вместе с тем, в теории Эйнштейна немало есть пунктов, которые являются дискуссионными. Рассмотрим здесь толкования природы максимальной скорости взаимодействия, а также расхождения в оценках соотношения масса—энергия и принципа относительности.

Альберт Эйнштейн еще в юности пытался решить вопрос о существовании максимальной скорости взаимодействия. Передается ли взаимодействие мгновенно, с бесконечной скоростью, или же взаимодействие передается за конечный про-

межуток времени, т. е. существует какая-то максимальная скорость взаимодействия?

В классической физике этот вопрос решался так: поскольку последние материальные частицы, из которых состоят все тела, сами уже не состоят из материальных частиц, т. е. являются абсолютно твердыми, то они передают движение мгновенно. Помимо этого предполагали, что сила тяготения передается мгновенно.

Таким образом, в классической физике Ньютона признавался принцип дальнодействия, который Эйнштейн и большинство современных физиков считают мистическим.

«Мистичность» дальнодействия при этом заключается именно в бесконечной скорости взаимодействия: наличие передающей взаимодействие среды признавалось и Ньютоном[1].

Однако, сохраняя представление общемирового фона пространственной протяженности, невозможно логически сохранить различие между «материалистическим» близкодействием и «мистическим» дальнодействием. Такое положение свидетельствует о ложности самого вопроса: существует или нет максимальная скорость взаимодействия?

Требовать ответа на вопрос о конечности или бесконечности скорости взаимодействия так же бессмысленно, как требовать ответа на вопрос о геометрическо-арифметической конечности или бесконечности мира в целом.

По всей видимости, максимальную скорость взаимодействия, известную в настоящее время (скорость света), следует понимать не как предел экстраполированного понятия скорости механического перемещения, а как точку перехода к каким-то еще неизвестным и ненаглядным формам движения. Остановимся в связи с этим более детально на понятиях скорости света и сигнала.

Скорость света — это групповая скорость электромагнитных волн в пустоте. Она зависит от той среды, в которой свет распространяется: известный опыт Физо показал, что скорость света вдоль течения струи жидкости отличается от скорости света поперек течения струи жидкости. Поскольку неисчерпаемость возможных сред не подлежит сомнению,

[1] «Мысль о том, чтобы способность возбуждать тяготение могла быть неотъемлемым, внутренне-присущим свойством материи, и чтобы одно тело могло воздействовать на другое через пустоту на расстоянии, без участия чего-то такого, что переносило бы действие и силу от одного к другому, представляется мне столь нелепой, что нет, как я полагаю, человека способного мыслить философски, кому она пришла бы в голову» (И. Ньютон, 3-е письмо к Бентли. Цит. по кн.: Б. Риман, Соч. М.—Л., 1948, стр. 473).

роль фундаментальной константы приписывается групповой скорости света в «пустоте». Однако и понятие «пустоты» и, в определенной степени, понятие групповой скорости условно. Абсолютной пустоты не существует, а то, что в настоящее время называют «вакуумом», представляет собой сложнейшую физическую реальность, не менее разнообразную, чем различные среды в обычных условиях. До определенной степени условно и понятие групповой скорости, так как она идентична скорости условной частицы. Поскольку реальность микромира не идентична ни частице, ни волне, и то и другое следует считать в какой-то мере и условным и реальным. Следовательно, фазовая скорость в какой-то мере также реальна. А она, как известно, может превышать групповую в определенных средах распространения (эффект Черенкова).

Некоторые считают, что поскольку фаза волны не может быть использована для передачи сигнала, эффект Черенкова не противоречит максимальности скорости света. Заметим, что хотя любое движение является частным случаем вращения, при этом исключается скорость при вращении (световое пятно от достаточно мощного прожектора на Земле двигалось бы по объектам, расположенным на расстоянии 4,3 млрд. км со скоростью большей световой).

Но что подразумевают, когда говорят о том, что фаза волны не может быть использована для передачи сигнала? Какой смысл вкладывается в этом случае в понятие «сигнал»?

Если говорить в лингвистическом плане, то сигнал здесь понимается не в узком смысле (типа: красная ракета — сигнал атаки), а в широком, т. е. под сигналом подразумевается элемент *любой* информации.

Однако и в физическом, и в философском смысле понятие сигнала здесь выглядит в значительной степени механистичным и в определенной степени поверхностным.

В значительной степени механистичным потому, что ограничивает взаимосвязь исключительно механистической передачей от одной геометрической точки к другой по типу взаимодействия деталей механизма. Взаимодействие в механизме всегда осуществляется через посредство промежуточных звеньев, реагирующих с определенной скоростью и имеющих определенную геометрическую конфигурацию. В этом случае кажется вполне правомерным ставить вопрос о том, какова будет аналогичная скорость взаимодействия, если геометрическая фигура промежуточной детали уменьшится до нуля или увеличится до бесконечности. С. И. Вавилов, говоря о спосо-

бах переноса энергии, писал: «Механика знает только два таких способа: перенос энергии вместе с движущимся телом и передачу импульса в сплошной телесной среде»[1]. Поскольку в обоих случаях понимание «движения» и «тела» одинаково (разница лишь в том, что в одном случае речь идет о теле в движении, а во втором — о движении в теле), то можно говорить, по существу, об одном случае механистического понимания взаимодействия. Но взаимодействие между элементарными частицами осуществляется виртуально с помощью испускания и поглощения элементарных частиц.

Как же с точки зрения геометрии и механики истолковать взаимодействия электрона, испускающего и поглощающего виртуальные фотоны? Очевидно, никакая аналогия с привычными нам образами механики, наподобие перенесения энергии пороха ядром, здесь неуместна. Такое механистическое представление не может объяснить, как согласовать требуемую этим представлением однозначность сигнала с явной неоднозначностью сигнала при передаче его элементарными частицами (материальное действие которых одновременно реализуется в разных геометрических «точках» пространства).

Понятие сигнала является до определенной степени поверхностным, потому что при условии признания геометрической бесконечности мира приписывание общемировой значимости любому пространственно-геометрическому объекту будет выглядеть нереалистично. Если, например, отождествлять «сигнал» со светом, то локальность соответствующего геометрического интервала ограничивается масштабами электрона и электромагнитной волны. Но как можно приписать этому фактору общемировую значимость и одновременно оставаться на позициях геометрической бесконечности мира, с точки зрения которой геометрические размеры электрона вовсе не являются каким-то нижним пределом, а, наоборот, включают в себя мириады мириад таких же диапазонов, как и наш мир?

Следовательно, механистическо-сигнализационное истолкование немеханистического поля и его скорости путем низведения диалектики движения поля до уровня механистического перемещения частиц (групповая скорость в ее обычном смысле) малоперспективно. Признавая, что при неисчерпаемом многообразии сред понятия пустоты и групповой скорости условны, следует сделать именно тот вывод, о котором упоминалось: числовое значение «с» представляет собой не самую сущность связанной с этим числом критической точки движения, а только указатель того, что эта фундаментальная критическая точка существует.

[1] С. И. Вавилов. Собр. соч., т. 3. М., 1956, стр. 13.

Как именно осуществляется взаимодействие вне рамок близкодействия — дальнодействия в настоящее время судить трудно. Ориентировочно можно заметить, что здесь заслуживает внимания высказываемая некоторыми авторами гипотеза о несиловых взаимодействиях информационно-вероятностного характера. Примерами такого взаимодействия обычно называют: 1) влияние человека в коллективе; 2) если отец умер в Москве, то сын во Владивостоке делается сиротой не со скоростью света, а мгновенно (пример Александрова А. Д.); 3) эффект телеграммы в отличие телеграммы как таковой; 4) взаимодействие, выраженное принципами Паули.

Сам Эйнштейн, как известно, относился к информационно-вероятностной реальности мира скептически, считая, что вряд ли «Бог играет в кости».

Таким образом, все эти рассуждения свидетельствуют, как нам кажется, о том, что отличие скорости света от скорости телеги не укладывается в рамки отличия числа «3» от числа «300000». Скорость света целесообразнее рассматривать не как предельно наибольшую скорость, измеряемую сантиметрами в секунду, а как некоторую критическую точку перехода между какими-то качественно различными состояниями материи.

* * *

Слово «масса» долгое время было синонимом материальной вещественности и непроницаемости. Определение Ньютоном массы как количества вещества только зафиксировало этот уже установившийся в обыденной жизни взгляд. В те времена казалось, что просто нельзя вообразить себе состояние, в котором бы совершенно четко не выступали три фактора: движущееся, движение и вместилище движения. Масса и была этим движущимся. Универсальность этой картины трех четко отграниченных друг от друга факторов была тогда настолько бесспорной, что даже некоторые богословы не могли представить себе движение души, покинувшей тело, без движущейся массы и лишь приписывали душе не обычную, а с их точки зрения совершенно мизерную массу — 5 грамм.

Первый шаг к отходу от этой троицы здравого рассудка — движения, движущегося, вместилища движения — был

сделан тогда, когда физики определили массу не как количество вещества, а как меру инерции. В этом случае масса выступала уже не как пассивный носитель движения, но как то, что ни при каких условиях нельзя мыслить в отрыве от движения.

В. И. Ленин подчеркивал, что материя не есть нечто косное, к чему «прикладывается» движение: «Сказать ли: мир есть движущаяся материя или: мир есть материальное движение, от этого дело не изменяется»[1].

Масса как мера инерции оказалась более универсальной, чем масса как количество вещества. Такую массу имели не только объекты механики, но и электромагнитное поле. Определив массу как меру пассивности (инертности), энергию определяют как меру активности.

В связи с этим возникает вопрос, совпадают ли понятия движения и энергии или нет.

В современном словоупотреблении, когда говорят, например, о механической энергии и механическом движении, включают в последнее представления траектории, силы, скорости, количества движения, момента силы, ускорения. В понятие энергии этого не включают. Различие здесь налицо. Однако если подразумевать и под энергией и под движением только одно их наиболее универсальное свойство — меру активности, то различие можно не учитывать.

Наиболее спорным был вопрос о возможности взаимопревращений массы и энергии.

Эйнштейн писал, что если мы выберем в качестве единицы времени секунду, то получим соотношение между массой и энергией в форме $E=mc^2$, т. е. что масса тела есть мера содержания энергии в этом теле; если энергия изменяется на величину L, то масса изменяется в том же направлении на величину $\frac{L}{9 \cdot 10^{20}}$, причем энергия измеряется в эргах, а масса — в граммах[2], другими словами, масса и энергия — это только «различные выражения одного и того же»[3].

Это положение Эйнштейна вызывало возражения со стороны некоторых философов. Основой для возражений служило то обстоятельство, что масса как мера инерции никогда не

[1] В. И. Ленин. Полн. собр. соч., т. 18, стр. 286.

[2] См.: А. Эйнштейн. Зависит ли инерция тела от количества заключенной в ней энергии? В сб.: «Эйнштейн и современная физика». М., 1956.

[3] А. Эйнштейн. Сущность теории относительности. М., 1955, стр. 43.

исчезает, она лишь переходит из формы массы покоя в форму полевой массы.

Поскольку Эйнштейну это обстоятельство, очевидно, было не менее хорошо известно, чем философам, и поскольку признается принципиальное равноправие терминов «движущаяся материя» и «материальное движение», то весь этот спор выглядит в значительной степени надуманным. Факты же здесь очевидны и общепризнаны: при столкновении электрона с позитроном масса покоя того и другого исчезает, превращаясь в полевую массу двух фотонов; при соединении четырех ядер водорода в ядро гелия масса покоя ядра галия оказывается меньшей суммы масс покоя ядер водорода и т. д. В соответствии с формулой Эйнштейна, то общее, что лежит и в основе массы, и в основе энергии, может быть выражено в форме, например, «1 грамм массы покоя» или в форме «энергия 20000 тонн тротила». Массу имеют и вещество и электромагнитное поле, но сходство и отличие этих масс вполне сравнимо как с отличием массы фотона от энергии фотона, так и со сходством потенциальной энергии в квантовой механике, являющейся функцией координат, с кинетической энергией, являющейся функцией импульсов.

Поэтому дискуссия о взаимопревращаемости или взаимосвязи энергии—массы представляет интерес лишь в той части, которая исследует вопрос о том, что же, собственно, меняется и что сохраняется в процессах реакции электрон—позитрон или реакции между четырьмя ядрами водорода, независимо от того, назвать ли это взаимодействием или взаимопревращением.

В итоге масса и энергия как меры пассивности и активности некоторой сущности, не являющейся ни собственно массой, ни собственно энергией, должны быть оценены лишь как поверхностное проявление этой их более глубокой сущности.

Определенные перспективы более глубокого истолкования массы можно видеть в так называемой «затравочной теории» массы.

Полевая гипотеза объясняет массы ядерных частиц мезонным полем. Сами мезоны, в свою очередь, имеют массу, объяснить которую можно с точки зрения такой гипотезы только введением нового поля и новых частиц, вновь имеющих необъяснимый на этом очередном уровне остаток — новую «затравочную массу» и т. д. Здесь выводы те же, что и в теореме Геделя, где при формализации каких-либо содержательных научных теорий на каждом этапе логической формализа-

ции остается некоторый неформализуемый остаток. По-видимому, это совпадение обусловлено тем, что и в одном, и в другом случае была достигнута примерно одна и та же ступень познания реальности, одинаково выражавшаяся в прямолинейно развертывающейся последовательности «затравочных масс» или «неформализуемых остатков», в простой иерархии их уровней.

Преодолеть такую прямолинейность, по нашему мнению, поможет учет взаимодействия массы—энергии и пространства—времени. Попытки в этом отношении уже делались. Клейн пытался связать пространственный фактор с величиной, сопряженной заряду частицы. Д. Иваненко хотел представить собственное время как координату, канонически сопряженную с массой. Было бы важно обратить внимание на более тесную связь массы с пространством во вращательной форме движения: если обычные конкретные массы как механические «затравочные», так и полевые связаны с пространственным фактором только косвенно, в силу того, что и масса и пространство сопричастны скорости, то во вращательном движении пространственный фактор входит непосредственно в выраженные меры инерции mR^2.

По отношению к потенциальной энергии также можно заметить большую ее связь с пространственным фактором и одновременно весьма важную с нашей точки зрения потерю однонаправленности по шкале «больше—меньше». Один килограмм на высоте 100 м над уровнем моря имеет большую потенциальную энергию, чем тот же килограмм на высоте 10 м над уровнем моря, на высоте 1000 м — еще большую, на высоте 10 км — еще больше и так далее, казалось бы, до бесконечности. Но при бесконечном удалении взаимное влияние тел стремится к нулю. Таким образом, здесь наблюдается парадокс совпадения нуля и бесконечности, подобный тому парадоксу, с которым мы встречаемся в двух аналогичных случаях: при рассмотрении массы фотона и при рассмотрении бесконечной энергии точечного электрона.

То, что называют массой фотона, и то, что называют массой покоя, в равной мере является показателем инерции движения. Но масса покоя возрастает со скоростью. Следовательно, в условиях критической точки с количественная математика оказывается вынужденной интерпретировать реальность совпадением бесконечно большого с нулем. Вместе с тем, с одной стороны, масса тел, скорость которых приближается к световой, стремится к бесконечности, а, с другой стороны, именно при этой скорости она есть нуль. По теории относительности невозможен переход от околосветовой скорости к световой, но это не проливает свет на физический смысл общей ситуации и не позволяет уловить в диалектике понятий диалектику объективной реальности.

Если при возрастании скорости электрона до околосветовой его масса растет, то при обычных скоростях масса уменьшается с уменьшением объема тел. Допуская точечную модель элементарной частицы, мы должны были бы допустить и нулевую массу, так как логика не может совместить представление о нулевом объеме с ненулевой массой. Однако известно, что именно при точечной модели электрона получаются бесконечности его энергии и массы («расходимость»). Следовательно, и здесь такое поведение нуля и бесконечности свидетельствует, очевидно, о бессилии арифметическо-геометрической образности в этой сфере реальности.

Если предположить, что реальность нигде не достигнет своих последних границ, то представление об этих двух перекрещивающихся направлениях массы (от нулевой при нулевом объеме до бесконечной при скорости, стремящейся к с, и от нулевой фотона до бесконечной в точечном электроне) может служить иллюстрацией образа перекрестной симметрии, уже упоминавшегося выше.

До сих пор собственная масса и близкие к ней «заряды»[1] рассматривались как величины эмпирические, а различные виды энергий имели более или менее разработанные теории. Некоторые исследователи объясняют это сравнительной простотой энергии и сложностью загадочной массы. «Следует специально подчеркнуть отсутствие теории собственной массы и «зарядов...»[2].

Поскольку потолок в понимании энергии как активной стороны некоторого единства был бы потолком и в понимании массы как пассивной стороны того же единства; такое представление не совсем оправдано.

Скорее можно предполагать, что определенные свойства энергии менее наглядны и они еще не обнаружены при современном уровне наблюдений, в то время как свойства массы оказываются на поверхности подобных современных наблюдений и даже чем эти свойства менее доступны объ-

[1] Заряд частицы определяет величину взаимодействия частицы со всеми другими полями и частицами.

[2] А. Соколов, Д. Иваненко. Указ. соч., стр. 513.

яснению, тем они нагляднее: «... именно простейшие с виду принципы механики очень сложны»[1].

Однако наглядность «простой» массы безусловно аналогична иллюзорной простоте времени, непроницаемости и т. д. Наглядность массы, например, трудно совместить с тем фактом, что шар любой массы действует так, как будто вся его масса сконцентрирована в одной точке (в центре тяжести шара).

Объектом продолжительной дискуссии было также понимание принципа относительности.

Эта дискуссия особенно оживилась[2] после издания в 1948 г. книги Эйнштейна и Инфельда «Эволюция физики».

Многие критики подчеркивали, что понимание Эйнштейном принципа относительности как полное отсутствие привилегированной системы координат противоречит практически наблюдаемому наличию до известной степени привилегированной системы координат в любой конкретной физической системе: ядро Галактики является естественным практическим началом отсчета в физической системе Галактики, Солнце — в Солнечной системе, ядро атома — в атоме и т. п. Подкреплялось это положение ссылкой на общепризнанность термина «физическая система» и апелляцией к здравому рассудку: если, наблюдая движение Земли вокруг в 1,4 млн. раз большего Солнца, признать допустимость движения его вокруг Земли, то тогда, наблюдая прыгающего на Земле воробья, следует допустить систему, в которой центром является воробей, а прыгает Земля.

Все это, безусловно, имело определенный успех. В частности, приведенная аналогия с воробьем представлялась бесспорной истиной для читателей, не сомневающихся в универсальности здравого рассудка. Но для тех, кто сомневался в однозначности шкалы обыденного больше—меньше[3], такие ссылки и апелляции казались малоубедительными.

Поэтому критика Эйнштейна проводилась часто не с позиций апелляции к здравому рассудку, а, наоборот, с позиций обвинения Эйнштейна в сохранении некоторых представлений здравого рассудка.

[1] Э. Мах. Механика. СПб., 1909, стр. 158.

[2] См.: А. П. Котельников и В. А. Фок. Некоторые применения идей Лобачевского в механике и физике. М.- Л., 1950; А. С. Карлюк. Реакционная сущность «физического» идеализма. Минск, 1954; и др.

[3] В пространстве, занимаемом воробьем с распростертыми крыльями, заполненном без промежутков электронами, содержится масса 26 земных шаров.

Вот один из примеров такого подхода: «Если мы проанализируем способ, которым мы «отделались» от использования представления об абсолютном пространстве, мы без особого труда обнаружим, что «отделаться» нам не удалось. В наших экспериментах мы окружаем микроскопические объемы самыми настоящими макроскопическими системами отсчета и наблюдаем совпадения между частицами, вылетающими из микроскопической системы, и некоторыми частями системы отсчета. Это дает нам матрицу столкновений, которая является наблюдаемой, причем наблюдаемой в терминах макроскопических совпадений»[1]; «...мы до какой-то степени обманываем и себя и студентов, когда подсчитываем, например, движение перигелия Меркурия, не объясняя, как расположена в пространстве избранная нами координатная система, которая определяется таким образом, что она не может поворачиваться на несколько секунд в год, соответствующих видимому движению перигелия»[2].

Идея Вигнера заключается в том, что изгнанная Эйнштейном в дверь привилегированная система отсчета при сохранении Эйнштейном прочих наглядных образов классической физики возвращается в окно: одно из трех астрономических доказательств теории Эйнштейна само оказывается построенным на молчаливом допущении какой-то избранной системы, по отношению к которой и отсчитывается движение перигелия Меркурия. Против этого трудно возражать.

Если быть последовательным в проведении принципа относительности и вместе с тем сохранять примитивные представления о пространстве как протяженности, о времени как длительности, о скорости света как экстраполяции скорости футбольного мяча, то следует признать не только неправность геоцентрической и гелиоцентрической систем, но и считать недостаточно обоснованным положение о том, что масса тел с возрастанием скорости возрастает, а пространственные и временные масштабы объектов при увеличении скорости сокращаются. Если последовательно проводить принцип относительности, то можно считать, что не электромагнитное поле движется со скоростью 299776 км/сек относительно чего-то, о чем вообще умалчивается, а, наоборот, электромагнитное поле покоится, а все остальное имеет

[1] Е. Вигнер. Релятивистская инвариантность и квантовые явления. «Успехи физических наук», т. 65, вып. 2, 1958, стр. 271.

[2] Там же, стр. 258.

соответственно определенные скорости, и, таким образом, масса тел с увеличением скорости уменьшается, а пространственно-временные масштабы растут.

§ 3. Вселенная не есть конечная или бесконечная сумма объектов на фоне общемировой протяженности—длительности

Наука последних лет дала немало сведений, говорящих в пользу иллюзорности Вселенной как суммы индивидуальностей на фоне общемировой (конечной или бесконечной) протяженности в пространстве и такой же длительности во времени. Безусловно, и доэйнштейновское мироощущение знало идеи такого рода, подобно тому как существовала идея полета на Луну еще в период доракетной техники. Идея была реальной, но аргументы в ее пользу были неубедительными. Вескими аргументами нашего времени в пользу отказа от идеи универсума, распадающегося на мозаику отдельных тел и бесконечную протяженность пространства—времени, являются: 1) потеря индивидуальности элементарными частицами; 2) приобретение дискретности, и в этом смысле индивидуальности, энергией, пространством, временем (приобретение индивидуальности пространством, временем, энергией, являющимися в обыденной жизни синонимами непрерывного, для здравого рассудка так же парадоксально, как и потеря индивидуальности частицей, являющейся в обыденной жизни синонимом индивидуального); 3) особенности пространства, позволяющие улавливать его единство не только со временем и движением, но также с информацией.

1. Неиндивидуализируемость микрочастиц

Представление о конечной индивидуальности неразрывно связано с проблемой бесконечной протяженности. Если бы удалось выяснить, что такое конечная индивидуальность, тогда стало бы ясно, что такое бесконечная протяженность, так как постулирование единицы возможно только при наличии однородного фона, и конструирование фона бесконечной протяженности возможно только на базе экстраполяции однородности единицы. Поэтому доказательство неуниверсального характера индивидуальности было бы доказательством неуниверсального характера протяженности. Таким доказательством является отказ современной физики от понимания элементарных частиц как индивидуальностей. Этого достаточно для пересмотра идеи протяженной Вселенной.

Элементарные частицы не являются индивидуальностью в нашем обычном понимании, т. е. они не имеют четко выраженной геометрической конфигурации, ясно различимой грани, отделяющей их от остального мира. Это доказывается известным опытом с интерференцией электронов, соотношениями неопределенностей Гейзенберга и т. п.

Соразмерность, если можно так выразиться, элементарных частиц и мира в целом можно проиллюстрировать на примере интерференции фотонов.

Когда говорят об интерференции двух потоков фотонов, например, в окне, разделенном рамой, то подчеркивают, что при этом взаимодействуют не разные фотоны в разных потоках, а один и тот же фотон взаимодействует сам с собой, находясь одновременно и в одном потоке света и в другом. Только такое мнение является оправданным, а противоположное ведет к непризнанию закона сохранения энергии: при взаимодействии разных фотонов из разных световых потоков при наложении противоположных фаз будет иметь место исчезновение энергии этих разных фотонов, а при наложении одинаковых фаз будет иметь место возрастание энергии. Поэтому и считают, что фотон, хотя он и проявляет себя в фотоэффекте как корпускула с площадью 10^{-25} см^2, тем не менее при интерференции двух световых потоков в окне, разделенном рамой, должен рассматриваться простирающимся на все окно. Но ведь ничто не мешает говорить об интерференции не от окна, а от галактики, разделенной «угольным мешком», и о фотоне простирающемся на всю галактику, метагалактику, гипергалактику и т. д. В результате соразмерность фотона миру в целом и соответствующая «несоразмерность» нашим обыденным представлениям делается очевидной.

2. Индивидуализируемость микропространства — микровремени—микроэнергии

Если соотношения неопределенностей Гейзенберга являются общераспространенными и занимают прочное место в современной науке, то этого пока нельзя сказать о гипотезе кванта длины. Многие физики и философы, однако, считают эту гипотезу реальной.

Какой физический смысл имеет квант длины? Авторы этой

гипотезы говорят о минимальной длине, следовательно, квант длины истолковывается арифметическим уменьшением наблюдаемого в макромире протяжения. Но такая «минимальная геометрическая длина» оказывается понятием самопротиворечивым.

Нельзя считать, что пространство имеет предел снизу и не имеет такого предела сверху. Понимая пространство только геометрически и накладывая на него ограничение в сторону уменьшения, тем самым накладывают на него ограничение и в сторону увеличения, так как у геометрического прогресса есть только одно отрицание, и не имеет значения, назвать ли его «началом» или «концом», минимумом объема или максимумом объема[1].

Эти положения, безусловно, хорошо известны авторам гипотезы «минимальной длины». И тем не менее, желая дать объяснение необычайной природе объектов микромира в рамках представлений современной физики и математики, они вынуждены прибегнуть к понятию минимальной длины. Что же можно сказать по этому поводу с точки зрения идей нетождественности пространства и протяженности?

До появления необычайностей микромира, ставшими достоянием науки лишь в XX в., были уже причины для введения понятия «наименьшей длины», «неделимого».

Достаточно вспомнить парадокс «колесо Аристотеля» и выводы, сделанные из этого парадокса Галилеем и Веронезе. Парадокс «колесо Аристотеля» заключается в следующем. Когда колесо катится по горизонтальной прямой, то каждая из внутренних концентрических окружностей растягивается по горизонтальной прямой той же самой длины h. Если же заменить круглое колесо правильным многоугольником, то покрываемые на h отрезки, с которыми поочередно совпадают стороны периметра концентрического многоугольника, образуют прерывную линию. Поэтому для круглого колеса приходится принять, что h состоит из бесконечно плотной последовательности чередующихся покрытых и непокрытых отрезков.

Галилей истолковывал этот парадокс следующим образом: «Здесь перед нами находится метод, выводящий нас из многих сложных лабиринтов и открывающий нам глаза на рассмотренный ранее вопрос о сцеплении, утончении и утолщении без допущения пустых пространств и проницаемости (материальных) тел; всех этих трудностей мы избегаем, принимая, что все слагается из неделимых»[1].

[1] См.: Р. Л. Аронов. О некоторых свойствах пространства и времени. М., 1957 (канд. дисс.).

Итальянский математик XIX в. Дж. Веронезе, исходя из того же тезиса о существовании «неделимых», пришел к идее существования неархимедовой геометрии. Как неэвклидова геометрия отказывается от пятого постулата Эвклида, так неархимедова геометрия отказывается от постулата Архимеда, который говорит о том, что из двух неравных линий, двух неравных поверхностей или двух неравных тел большая может оказаться меньше той величины, которую мы получим, если повторим меньшую надлежащее число раз. Простейшим случаем системы Веронезе может служить ряд параллельных прямых на эвклидовой плоскости с определенным (хотя и произвольным) выбором направлений. Так, если взять (схема 6) направление слева направо и снизу вверх, то B будет лежать между A и C, B′ между A′ и C′; B″ между A″ и C″; B‴ между A‴ и C‴.

В этом случае для множества точек параллельных прямых выполняются все обычные аксиомы и постулаты, кроме постулата Архимеда.

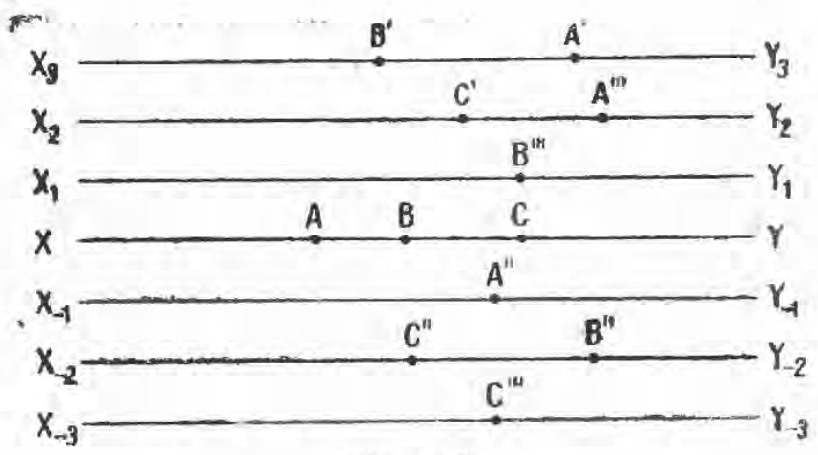


Схема 6

Развивая эти идеи, Веронезе пришел к мысли о необходимости введения в математику вместо общепринятой для всех случаев одинаковой «единицы» неограниченной серии различных, как бы различно «окрашенных», единиц. Аналогично в зависимости от объекта рассмотрения можно брать различное число измерений. Кроме этого, Веронезе сделал попытку подойти к математике вообще с более широкой точки зрения, привлекая для этого идеи семантики, логики и т. п. До неко-

[1] Галилей. Opera complete, ed. Alberi, 13, стр. 51

торой степени это соответствовало подходу к категории количества с позиций «сходственности—различия»[1].

Таким образом Дж. Веронезе пытался подойти к «неделимому» вне рамок количественной математики.

Вполне возможно, что идея минимальной длины найдет подтверждения, подобно тому, как нашла решение идея минимальной энергии. Но что из этого будет следовать? Если сейчас наука допускает употребление наименьшей энергии как границы неопределенности $\Delta x \cdot \Delta p_x \geqslant h$ не зная природы этой наименьшей энергии, то тогда она будет допускать употребление наименьшей длины как границы какой-либо другой неопределенности, например $\Delta t \cdot \Delta \varepsilon_t \geqslant x_c$, точно так же не зная природы этой наименьшей длины.

Здесь важно другое. Наука допускает наличие таких наименьших величин, а это ведет к отказу от бесконечности мира, поскольку эта бесконечность понимается в геометрическо-арифметическом смысле.

Выход, очевидно, заключается в признании реальности наименьшего, но не как геометрически-арифметического наименьшего.

Заканчивая рассмотрение идеи кванта длины, целесообразно отметить следующие два момента, перебрасывающих мост к другим подобным же экстремальным идеям. Первое: согласно формализму Снайдера понятие наименьшей длины обусловливает существование наибольшего действия. Второе: идее Веронезе о множественности единиц соответствует множественность единиц сверхкомплексных чисел, а волновой процесс может быть выражен лишь комплексным, но не действительным числом. Поскольку волновой процесс ближе к вероятностно-информационному аспекту мира, чем к субстанционально-протяженному, то этим подчеркивается важность вероятностно-информационного фактора.

В современной физике известны ситуации, которые не удается объяснить, сохраняя представление о допускающем бесконечную делимость времени. В связи с этим выдвигается идея кванта времени. Подобная идея заслуживает внимания, если квант времени понимается не просто как наименьшая длительность или временная точка.

Рассмотрим, например, роль времени в виртуальных процессах. М. Гелл-Манн писал: «Основная реакция квантовой электродинамики, реакция, в которой электрон испускает и поглощает фотон, служит примером того, что называют виртуальным процессом. Это представление, которое используется по отношению ко всем элементарным частицам, характерно для квантовой теории. Оно подразумевает очевидное нарушение закона сохранения энергии. Чтобы понять это, нужно помнить, что фотоны тоже обладают энергией. Таким образом, когда электрон спонтанно испускает фотон, то кажется, что полная энергия системы неожиданно возрастает. Квантовая теория дает разъяснение этому обстоятельству, которое сводится к тому, что фотон испускается и вновь поглощается столь быстро, что этот выигрыш в энергии не может быть никак обнаружен, даже в принципе. Вот почему такие процессы носят название виртуальных»[1].

Такая ситуация свидетельствует о том, что представление о бесконечной делимости временной длительности, равно как и представление о временной точке, оказываются несостоятельными. Действительно, хотя виртуальные процессы не рассматриваются как обычные реальные процессы, но ведь что-то происходит, когда говорят о виртуальности, и это «что-то» самым недвусмысленным образом отказывается подчиняться интерпретации как «точкой», так и «длительностью». Точка неприменима в силу того, что этот процесс имеет начало и конец (испускание и поглощение виртуальной частицы), точка же никаких ни начал, ни концов не имеет. Длительность неприменима потому, что в виртуальном процессе при реальности закона сохранения энергии речь должна идти об актуально бесконечно малой величине, а не о потенциальной бесконечно малой величине, потому что здесь принципиально нельзя уловить какой-либо, пусть самый минимальный из всех минимальных, но конечный промежуток времени.

Ссылки на то, что фотон испускается и вновь поглощается столь быстро, что выигрыш в энергии не может быть обнаружен даже в принципе, требует, по нашему мнению, двух дополнений. Во-первых, «малость» времени далеко не всегда является доказательством его незначительности. «Состояния... сильного взаимодействия могут длиться очень короткий промежуток времени, например, в течение времени соударения. Но понятно, что только это малое время и имеет значение

[1] О работе Дж. Веронезе «Основания геометрии многих измерений со многими единицами различного рода в элементарном изложении» см. в кн.: В. Ф. Каган. Основания геометрии, т. 2, «Исторический очерк развития учения об основаниях геометрии». Одесса, 1907, стр. 469—475; его же, Основания геометрии, т. 2. М., 1956, стр. 280—283.

[1] М. Гелл-Манн, Е. Розенбаум. Элементарные частицы. «Успехи физических наук», т. 14, вып. 2, 1958, стр. 395.

для всего процесса»[1]. И второе: если считать сущностью времени не длительность, а что-либо другое (например, движение в широком смысле этого слова, включающем в себя вероятностно-информационный уровень реальности), то замечание относительно возможности или невозможности обнаружения подобных процессов получает иной, более глубокий смысл, переводя все рассмотрение из плоскости механическо-субстанциональной в плоскость вероятностно-информационную.

В отличие от гипотез квантованности пространства—времени, теория квантованности энергии является общепризнанной. Но это не снимает, а, наоборот, актуализирует трудности в соотношении конечного и бесконечного, уже отмеченные при рассмотрении гипотез кванта длины и времени.

Представление о квантованности энергии в смысле наличия какой-то минимальной, «наименьшей»[2], не подлежащей дальнейшему уменьшению энергии известно в физике с 1900 г., когда эту теорию предложил Макс Планк.

Очевидно, интерпретация кванта энергии может быть только такой же, как и интерпретация кванта длины.

Неправомерно требовать, чтобы смысл «атома» действия исчерпывался именно чистым действием в механическом смысле (эрг в секунду). Ведь нельзя не учитывать единство массы—энергии как двух сторон одного процесса и связь энергии с пространством—временем. Если видеть в кванте поля аналог механического действия, то где же здесь обязательный для механики носитель действия и какова его геометрическая форма? Ни того, ни другого квант поля не имеет. Следовательно, считать, что квант действия это только уменьшенное в миллионы раз обычное действие, эрг/сек нельзя.

Постоянная Планка не является «наименьшей» энергией в обычном арифметическом смысле. Этот механический показатель энергии фотона в лучшем случае имеет такое же отношение к энергии фотона, какое геометрическая протяженность эффективного радиуса электрона имеет к пространственно-временной форме электрона. Это только поверхностный показатель наличия особенностей в данной области, но не сама особенность (аналогично тому, как огромный молекулярный вес белка является только поверхностным показателем жизнеспособности белка, но не сущностью его жизнедеятельности).

Квант энергии не может быть в полном смысле «наименьшей» энергией также по той причине, что энергия является показателем движения, а движение не может быть ни «максимальным», ни «минимальным», так как оно не исчерпывается количественной характеристикой. Движение стоит ближе к вероятностно-информационному аспекту Вселенной сравнительно с наглядно воспринимаемыми нами пространственно-временными фактами, имеющими преимущественно количественный характер. При этом нет никаких оснований говорить о реальности последних и иллюзорности первых. Эйнштейн по этому поводу замечал, что «предрассудок, который сохранился и до сих пор, заключается в убеждении, будто факты сами по себе, без свободного теоретического построения, могут и должны привести к научному познанию»[1]. И если у современных физиков есть, например, теоретические основания для того, чтобы считать пространство импульсов доминирующим над пространством координат, то несогласие с этим на том основании, что реальность пространства импульсов иллюзорна, а реальность пространства координат в силу своей наглядности достоверна, можно объяснить только сохранением до нашего времени именно таких предрассудков,

3. Экстремумы космологии

После того, как в 1955 г. Пензиас и Вильсон обнаружили излучение в 7,35 см всемирного характера, было высказано предположение, что это излучение соответствует излучению черного тела в 3° К и является реликтовым излучением после стадии первичного огненного шара. Предполагается, что по истечении 1/7 секунды существования этого мирового «зародыша» излучение давало температуру 10^{60} К, после чего масса стала превалировать над излучением и система приобрела антиколлапсирующий характер.

Все галактики расходятся подобно тому, как расходятся изюминки во всходящем тесте, т. е. с точки зрения любой галактики она является центром расхождения. По Леметру объем нашей видимой Вселенной удваивается каждые 1,3 млрд. лет. Скорость расхождения на пределе досягаемости инструментов составляет 140000 км/сек, что, естественно,

---

[1] Д. И. Блохинцев. Нелокальные и нелинейные теории поля. «Успехи физических наук», т. 61, вып. 2, 1957, стр. 152.

[2] См.: Э. В. Шпольский. Атомная физика, т. 1. М., 1963, стр. 2[illegible]

[1] Эйнштейн. Автобиографическое. В сб.: «Эйнштейн и современная физика». М., 1956.

ставит вопрос о том, как будут вести себя галактики, скорость которых достигнет скорости света, если такой темп наращивания скоростей сохранится.

Обычной эволюцией звезд, масса которых редко превосходит больше чем в 10 раз массу нашего Солнца, считают эволюцию, при которой звезда после реакции преобразования гелия в углерод, находясь в стадии «красного гиганта», сбрасывает часть своей оболочки, образует планетарную туманность, а затем за 10—15 млрд. лет опускается до стадии «белого карлика».

Но судьба звезды может быть и более драматической. Это касается звезд новых, сверхновых и квазаров. Новые вспыхивают в нашей Галактике в количестве около сотни за один год. В процессе вспышки они выбрасывают 10^{-3} —10^{-6} своей массы, что не превышает 1/100 000 массы Солнца. Энергия излучения новых звезд порядка 10^{45}—10^{46} эрг.

Сверхновые звезды в Галактике вспыхивают в среднем один раз за сто лет. Количество выбрасываемого вещества составляет несколько десятков масс Солнца. Вспышка сверхновой дает энергию порядка 10^{50} эрг.

После сброса оболочки, если оставшаяся масса звезды меньше 1,2 солнечной, то система устойчива. Если больше — нет. В этом случае возможен коллапс, т. е. спад звезды до плотности, превышающей плотность атомного ядра, так как электроны вдавливаются в протоны и плотность достигает 10^{15} г/см^3. Звезда оказывается как бы раздавленной собственным весом. Образовавшаяся нейтронная звезда имеет диаметр порядка 10 км.

Если коллапс случится с Солнцем, то его поверхность начнет опадать с начальной скоростью 700 км/сек. Где-то близ центра эта скорость достигнет скорости света. После этого Солнце уйдет под так называемый гравитационный радиус сферы Шварцшильда и станет «гравитационной могилой»: никаких световых сигналов уже от него не поступит. Радиус этого нового Солнца был бы 3 км, плотность — 10^{16} г/см^3. Аналогичный гравитационный радиус Земли составил бы 5 мм, электрона — $6{,}7 \cdot 10^{-56}$ см.

При коллапсе энергия выделяется по закону $E = mc^2$ и в сто раз превышает энергию при ядерных реакциях.

В 1963 г. астрономы Линдс и Сендидж опубликовали результаты своих исследований галактики NGC-3034. Из этих исследований получилось, что около полутора миллионов лет назад в галактике NGC-3034 произошел взрыв, приведший к

выбросу со скоростью около 1000 км/сек массы вещества, равного 5,6 мл масс Солнца. Это соответствовало расходу энергии в $9 \cdot 10^{55}$ эрг за полтора миллиона лет, или $2 \cdot 10^{42}$ эрг/сек, что эквивалентно излучению 500 мл Солнц. Поскольку масштабы этого явления не вмещались даже в рамки катастроф сверхновых звезд, ввели новый термин «квазар». Квазар 3С-295, находящийся на расстоянии 4 млрд. световых лет от нашей Галактики, соответствует энергии в 10^{60} эрг. Из квазара М-87 струя бьет, как лазерный луч, с энергией 1 мл. сверхновых звезд или 10^{12} обычных звезд.

Значение квазаров для истолкования природы пространства—времени, а следовательно, и природы мира в целом огромно.

«Длительное время считалось, что существование сингулярной сферы Шварцшильда устанавливает предел геометрических размеров тела заданной массы, так что при гравитационном сжатии плотность вещества не может превзойти определенное конечное значение. Вместе с тем подчеркивалось, что при очень высоких плотностях вещества уравнения Эйнштейна теряют силу. Начиная с известной работы Оппенгеймера и Волкова, постепенно росла уверенность, что при определенных условиях возможно катастрофическое сжатие гравитирующих масс «в точку», когда силы отталкивания бездействуют и объемы сокращаются примерно в 10^{14} раз, и возможно взрывное расширение «из точки». При этом выход энергии может на два порядка превышать выход при термоядерных реакциях. «Сверхзвезды», возможно, являются образцом таких процессов. Вместе с тем складывается убеждение, что уравнения Эйнштейна применимы и при плотностях, превосходящих ядерную. Похоже, что границы метагалактики также находятся в н у т р и сферы Шварцшильда и космологическое расширение может интерпретироваться как антиколлапс метагалактики.

Эта новейшая гравитационная экзотика существенна для нашей темы. Она показывает необходимость учета возможной неэвклидовости топологии в космологии и даже в явлениях обычного астрофизического масштаба»[1].

Далее Г. И. Наан подчеркивает, что зависимость топологических свойств пространства — времени от гравитации открывает новые возможности в изучении бесконечности пространства—времени. Ведь процессы коллапса—антиколлапса

[1] Г. И. Наан. Понятие бесконечности в математике, физике и астрономии. М., 1965, стр. 13—14.

существенно ассимметричны по отношению ко времени, и это дает основание полагать, что «стрела времени» в нашей Метагалактике определяется фактом антиколлапса. В сжимающихся, коллапсирующих металагактиках направление течения времени является обратным. Получается, что гравитация определяет не только метрику (шкалу, ритм) времени, но и такое глубоко топологическое свойство, как направленность.

Свойства пространства—времени могут быть в высокой степени автономны. Соответствующие космологические модели называются «вакуольными». Такая «вакуоль» оказывается независимой от метрики пространства и течения времени в окружающей мировой структуре.

В классической физике, замечает Г. И. Наан, постулат вечности мира имел совершенно четкий смысл ввиду признания для всего мира единой шкалы абсолютного мирового времени. Теперь от этого отказались. Время, в котором мы фиксируем свои обыденные дела, отличается от времени, ритм которого определяется расширением нашей Метагалактики, а это последнее может отличаться не только ритмом, но и направлением от времен других метагалактик. Причем, в этих последних, оно может быть не просто обратным нашему, а ортогональным или замкнутым.

Поэтому в «вакуоли» процесс, воспринимаемый внешним к этой «вакуоли» наблюдателем как протекающий в бесконечном времени, для наблюдателя внутри «вакуоли» в его собственном времени будет восприниматься как протекающий в конечное время, т. е. во времени, ограниченном с одной или с обеих сторон.

По отношению к коллапсу это означает, что тут следует иметь в виду не одно, а три времени. Первое время—это обычное, бесконечное, шварцшильдово время, которого, однако, не хватает для охвата всего гравитационного взрыва. Второе время — это собственное время падающих в гравитационном поле частиц. В рамках этого времени достаточно конечного периода для гравитационого взрыва. Третье время — это глобальное время, «время Крускала», состоящее из четырех раздельных областей обычного времени, причем, в каждой области время бесконечно, а в целом эти времена замкнуты.

«При вхождении коллапсирующей системы в катастрофическую область, которую называют сферой Шварцшильда (в «обычном» времени это соответствует «выходу за вечность»), происходит некая сверхрадикальная перемена: время и одно из пространственных направлений (радиальное) меняются ро-

лями. На языке привычных понятий, которые здесь, однако, почти заведомо неприемлемы, пришлось бы сказать, что происходит превращение времени в пространство и пространства—во время»[1].

А. Л. Зельманов в статье «Космология»[2] также говорит об идеях и фактах не менее парадоксальных.

Указав, что А. З. Петров в своей книге «Пространства Эйнштейна»[3] исследовал модели, метрика которых зависела от времени, А. Л. Зельманов подчеркивает, что ничто не мешает нам говорить также о моделях, где зависимость пространственной метрики, времени и гравитации еще необычнее.

Например, если рассматривать анизотропную неоднородную модель Вселенной, то характерная для изотропной однородной модели Вселенной простая связь между знаком кривизны трехмерного пространства и бесконечностью или конечностью его объема уже отсутствует. Сама постановка вопроса в этом случае о «бесконечности» и «конечности», подчеркивает А. Л. Зельманов, делается сомнительной. Это касается в особенности столь общего случая, в котором невозможно установление соответствующей координатной системы для всей Вселенной, т. е. невозможно установление координатной системы, связанной со всей Вселенной в целом. Например, это явно невозможно при наличии областей, заполненных лишь направленными потоками электромагнитного излучения. Причина этого обстоятельства состоит в том, что инвариантностью обладают свойства пространственно—временного континуума, но не его расщепление на пространство и время. При наличии сопутствующей системы отсчета и при голономности сопутствующего пространства существует физически преимущественный способ расщепления пространственно-временного континуума на пространство и время, и вопрос о бесконечности или конечности пространства приобретает определенный смысл. Но такая постановка вопроса оказывается невозможной в случае неголономности сопутствующего пространства и тем более—при отсутствии такого пространства. Не исключено, что в этом случае ответ на вопрос о бесконечности или конечности пространства зависит от выбора системы отсчета и пространственных сечений, т. е. в определенном смысле от информации.

---

[1] Г. И. Наан. К проблеме бесконечного. «Вопросы философии», 1965, № 12, стр. 66.

[2] А. Л. Зельманов. Космология. «Физический энциклопедический словарь», т. 2. М., 1962.

[3] А. З. Петров. Пространства Эйнштейна. М., 1961.

Аналогичное положение наблюдается для пустых моделей, в которых нет систем, сопутствующих массе. Здесь пространственный объем одной и той же четырехмерной области может быть конечным в одной системе отсчета и бесконечным в другой системе отсчета.

А. Л. Зельманов далее пишет: «Сходное, хотя и несколько иное положение имеет место и в вопросе о времени. Так, продолжительность какого-либо процесса может быть конечной в одной системе отсчета и бесконечной в другой системе отсчета. Известно, например, что коллапс гравитирующей сферы в сопутствующей системе происходит за конечное время, тогда как по отношению к статической системе вне этой сферы ее радиус асимптотически (при $t \to \infty$) стремится к некоторому предельному значению, так что в бесконечное время в этой системе укладывается лишь часть процесса сжатия сферы»[1].

Непосредственную связь между пространством—временем и информацией можно видеть уже в том, что состояние системы в коллапсе или антиколлапсе отражается на ее информационном аспекте. Пространство системы, находящейся «под гравитационным радиусом», замкнуто. Это означает, что если система оказалась «внутри» такой сферы Шварцшильда в результате сжатия, то никакие сигналы ее покинуть не могут. Внешний наблюдатель, находящийся вне этой сферы, может обнаружить существование системы, ушедшей под гравитационный радиус, лишь по создаваемому ею гравитационному полю.

Если же система еще не вышла из-под гравитационного радиуса, т. е. ее состояние есть результат предшествовавшего расширения, то наружу может проникать любая информация, но зато не может поступать никакая информация извне.

Следовательно, понятие «замкнутости» имеет в современной космологии не только примитивный смысл обычной геометрической замкнутости типа замкнутости шара, но и смысл информационной замкнутости.

§ 4. Что может заменить идею бесконечной протяженности—длительности мира в целом?

Тысячи лет человечество представляет себе бесконечность мира в виде разбегающихся крайностей: 0 см; 10^{27} см, 10^{100} см и т. д. в одну сторону, 0 см, 10^{-13} см, 10^{-52} см и т. д. в другую сторону. Но в XX в. начал вырисовываться другой образ мира:

[1] А. Л. Зельманов. Указ. соч., стр. 501.

образ замыкающейся в самой-себе, наподобие листа Мебиуса или «бутылки Клейна», негеометризированной структуры, включающей в себя реальность вероятностно-информационного уровня наряду с реальностью уровня протяженно-субстанционального.

Недостатком такого образа является его ненаглядность, которая, однако, не может служить аргументом против объективности.

Вместе с тем ненаглядность этого образа требует, чтобы наряду с аргументами чисто негативного характера (неиндивидуализируемость микрочастиц, индивидуализируемость пространства—времени—энергии и т. п.) обращалось внимание также на такие данные, которые, не являясь наглядными заместителями традиционного образа дурной бесконечности, тем не менее давали бы некоторую перспективу для вытеснения этого образа. Эти данные, поскольку в них можно заметить тенденцию к замещению обычного представления о бесконечном, можно считать вместе с тем и позитивными аргументами. Так, например, противопоставляя бесконечному прогрессу растущий протяженности бесконечный прогресс уменьшающейся плотности, создают впечатление перекрестной симметрии для пространства и массы-энергии. Тем самым в какой-то степени парализуется в нашем сознании железная однозначность астрономического нагромождения миров и обусловливается возможность преодоления обыденного образа бесконечного.

Рассмотрим в этом плане следующие аргументы: неоднозначность мировой шкалы «больше—меньше»; отказ от закона исключенного третьего; тенденция не расчленять реальность до сантиметра, грамма, секунды; вероятностная логика; информация.

1. Неоднозначность мировой шкалы «больше—меньше»

Представление о бесконечном возрастании геометрической протяженности в астрономическую сторону и о бесконечном убывании геометрической протяженности в сторону микромира нейтрализуется обратным направлением бесконечного убывания плотности вещества в астрономическую сторону и бесконечным возрастанием плотности вещества в сторону микромира. Это дается следующей таблицей Эйгенсона:

[1] См.: В. Н. Бранский. Физическое значение проблемы наглядности в современной физике. Л., 1957.

плотность планет — 5 г/см³;
плотность солнечной системы — 10^{-12} г/см³;
плотность Млечного Пути — 10^{-25} г/см³;
плотность метагалактики — 10^{-30} г/см³.

И соответственно в направлении микромира:
плотность планет — 5 г/см³;
плотность атома водорода — 10 г/см³;
плотность электрона — 10^{11} г/см³.

Направление от пространственно меньшего к пространственно большему, от микромира к мегамиру кажется здравому рассудку единственно возможным, избранным. Таблица Эйгенсона[1] показывает, что это не так. Есть прямо противоположное направление по не менее важной характеристике для мира в целом, т. е. массе, по плотности. Физический смысл этой градации плотностей пока не ясен. Важным здесь является однако то, что нельзя считать единственным, избранным, само собой разумеющимся направление к увеличению геометрического объема, что в мире нет какого-то одного всеобъемлющего и вместе с тем одномерного направления количественного роста или уменьшения.

В какой-то степени подтверждает это идея Б. А. Воронцова-Вельяминова о необходимости видеть в галактике нечто отличное от простой суммы звезд, поскольку были обнаружены, как пишет М. С. Эйгенсон, «загадочные случаи, когда близкие галактики не взаимодействуют; когда, наоборот, взаимодействуют далекие галактики; или когда большая и яркая галактика не возмущает соседние с ней, а малая и слабая действует противоположным образом»[2]. Сам Б. А. Воронцов-Вельяминов по этому поводу замечает: «Внимание обращает на себя тот факт, что хвосты встречаются гораздо чаще, чем перемычки, и обычно они ярче... Это показывает, что описанные явления взаимодействия не являются приливными или антиприливными выступами, как до сих пор считали. Наоборот, прилив должен быть сильнее на стороне, обращенной к возмущающему телу»[3]. Так как объяснить эти явления известными силами не удалось, то возможно, что «это какие-то совершенно новые свойства и между галактиками могут действовать силы иной природы, чем уже знакомое нам тяготение и

[1] М. С. Эйгенсон. Космологическая относительность и релятивистская космология. ДАН, т. 31, 1940, № 8.

[2] М. С. Эйгенсон. Внегалактическая астрономия. М., 1960, стр. 398.

[3] Б. А. Воронцов-Вельяминов. Очерки Вселенной. М., 1959, стр. 414.

магнетизм. Нет ничего невероятного в этой возможности»[1]. Проф. Цвикки (США) также считает, что на расстояниях в $5 \cdot 10^{24}$ см законы Ньютона теряют смысл.

О том, что мир не представляет собой однонаправленную иерархию от «меньшего» к «большему», в которой каждый элемент связан только с предшествующим элементом, и не контактирует с остальным миром, не менее убедительно говорит принцип Мопертюи. Принцип Мопертюи иллюстрируется следующим опытом: если поместить шарик в неустойчивом равновесии на вершине горки со скатами разной крутизны, то он скатится вниз обязательно по кратчайшему пути, т. е. по скату наибольшей крутизны. Находясь в покое на вершине горки шарик «не знает», какой путь короче, методом проб он этот вопрос также не решает, так как возможность испробовать другие траектории исключается. Откуда же ему «известно», какая сторона горки наиболее крутая и почему он никогда не ошибается?

Мопертюи приписал это поведение шарика бесконечному совершенству «провидения». Через два века после него Джинс писал примерно то же самое: «...самое лучшее, что мы можем сделать, это перевести старую интерпретацию Мопертюи на современный язык и приписать принцип наименьшего интервала бесконечному совершенству природы. Это совершенство—чисто математического характера, и это дает нам смелость говорить, что физическая вселенная построена на математическом базисе, или как говорил Платон, что бог вечно геометризирует»[2].

Некоторые ученые по этому поводу считают, что таинственности в «знании» шарика, куда ему катиться, не больше, чем загадочности в «знании» подброшенного в воздух кирпича, куда ему падать, на небо или на землю. Указывают, что если взять не горку со склонами разной крутизны, а стол, приподнятый за один угол, то шарик покатится тоже по склону наибольшей крутизны, но ничего таинственного в этом не будет, поскольку в месте соприкосновения атомов шарика с атомами плоскости стола появится наименьшее сопротивление (и соответственно наибольшая составляющая силы тяготения), что и будет определять путь шарика. Отмечают также, что шарик, находясь на вершине, соприкасается с ней не в одной точке, а с множеством атомов, причем атомы шарика и хол-

[1] Б. А. Воронцов-Вельяминов. Очерки Вселенной. М., 1960, стр. 416.

[2] Д. Джинс. Таинственная вселенная. М., 1930, стр. 9.

мика «дрожат», возникают флуктуации, и таким образом шарик получает соответствующую информацию.

Все это было бы так, если бы не то мизерное мгновение, в течение которого шарик на вершине находится в неустойчивом равновесии. Можно сомневаться в реальности этого мгновения равновесия в эксперименте с шариком на приподнимаемой плоскости стола и в эксперименте со свободным падением, но для шарика, находящегося в состоянии неустойчивого равновесия на вершине холмика, такое мгновение равновесия существует. И в нем вся суть.

Для поднимающегося вверх, а затем начинающего падать камня последнее мгновение его подъема является и его первым мгновением падения, для шарика на наклонном столе можно сказать то же самое с той лишь разницей, что здесь будет действовать не вся сила тяготения, а только ее составляющая. Но для шарика на вершине холма явно существует момент, когда он уже не в покое, но еще и не в движении, когда в какое-то мизерное мгновение он должен «избрать» свою траекторию. Когда шарик был в покое, он не мог находиться под влиянием силы тяготения, указывающей ему кратчайший путь вниз, такая информация была бы преждевременной. Когда же он начал движение, такая информация является запоздалой, так как шарик уже не может изменить начатый путь вниз. То же касается и атомного уровня, если сами атомы понимать механически, т. е. как такие же протяженные шарики, уменьшенные в соответствующее число раз. Флуктуационная теория должна в этом случае постулировать поступление информации для атома-шарика от флуктуаций субатомных частиц, затем повторить то же самое для этих субатомных частиц и т. д. в духе преформизма и дурной бесконечности. Если бы не было реального мгновения неустойчивого равновесия между покоем и движением, все было бы просто — поступает сигнал от действующей в определенном направлении силы и тело движется по соответствующему пути. Но что происходит в тот неуловимый, но реальный момент, когда совершается таинство выбора? Момент этот исчезающе ничтожен, но вся сложность проблемы заключена именно в нем.

Исследователи, стремящиеся не впадать по поводу этого опыта Мопертюи в пафос Джинса, но и не закрывающие глаза на его достопримечательность, говорят о том, что учет этого факта побуждает нас говорить о существовании еще одного описания природы наряду с описанием в форме причинности на основе времени и описанием в форме локальности на основе пространственности. Подобное новое описание природы Фейнман называет описанием на основе принципа минимума и пишет, что в этом случае частица как бы «разом обнюхивает все кривые, все возможные пути и решает, какой выбрать»[1].

Такой подход вполне правомерен, но он нисколько не рассеивает ту таинственность, которая поражала в этом эксперименте многих исследователей, от Мопертюи до Джинса.

Если же рассматривать мир не как мозаику протяженных индивидуальных тел, а как некоторое ненаглядное единое целое, где все переплетено со всем, то можно предположить, что шарик, обладая бесконечным пульсирующим полем, «знает» о всем остальном мире по той же причине, по которой электрон, пролетая в одну щель, «знает» есть или нет где-то другая щель.

В один ряд с фактами и гипотезами, подобными таблице Эйгенсона и принципу Мопертюи, можно поставить гипотезу единства осциллятора и среды С. И. Вавилова. С таким подходом гармонирует также современная гипотеза будстрап-взаимодействия, по которой каждая частица микромира участвует в порождении других частиц, а те в свою очередь порождают ее, причем «может оказаться, что специальные симметрии сильных взаимодействий не накладываются, так сказать, снаружи, но появляются в качестве необходимых условий самосогласования»[2], т. е. предполагается, что в фундаменте будстрап-взаимодействия нет смысла искать индивидуальных агентов, и тезис о том, что звезды «состоят» из элементарных частиц не более обоснован, чем тезис о том, что элементарные частицы «состоят» из звезд.

Все эти факты и гипотезы могут служить иллюстрацией образа, призванного вытеснить в нашем сознании однонаправленную бесконечность. Но при этом обязательным является нетривиальное истолкование такого образа. Это значит, что, говоря, например, о замкнутости фигуры перекрестной симметрии пространственности—плотности по таблице Эйгенсона, следует понимать эту замкнутость вне рамок арифметико-геометрических представлений.

Представление образа, в котором замыкание общемирового целого осуществляется в рамках геометрическо-арифметических представлений, будет, напротив, всегда тривиальным,— хотя бы при этом речь шла даже о бесконечномерном пространстве.

Более подробно смысл подобной нетривиальности можно

---

[1] Р. Фейнман. Указ. соч., стр. 52.

[2] В сб.: «Элементарные частицы» (серия «Над чем думают физики»), вып. 3. М., 1965, стр. 112.

показать на следующих примерах. Две стороны одного листа бумаги находятся в единстве, прежде всего, за счет обычной, вещественной структуры листа. Это можно назвать тривиальным единством двух сторон одного листа. Если же осуществить кручение и изгиб листа, то в полученной ленте Мебиуса эти две стороны будут в единстве, которое осуществилось уже не тривиально, не за счет вещественного строения листа, а за счет третьего измерения. Очевидно, вполне правомерно предположить, что подобно тому, как фактор третьего измерения явился в данном случае чем-то отличным по отношению к вещественному строению листа, точно так же, возможно, существует еще какой-то фактор, отличный от фактора «измерения». Действие этого фактора и можно было бы назвать нетривиальным.

Нетривиальность подразумевает нечто отличное по качеству от того, что определено как тривиальное. В этом смысле высшее измерение по отношению к трехмерному пространству, понимаемое как четвертое измерение, отличающееся от третьего точно так же, как третье отличается от второго, было бы только количественным отличием. Его существование объяснило бы, возможно, многое, но главный вопрос остался бы без ответа, так как после изучения 4-го измерения надо было бы приступать с тех же теоретических позиций к изучению 5-го измерения, а потом 6-го, и так до бесконечности, точно так же как в решении вопроса с атомами: открытие существования атомов как молекул много дало человечеству, равно как и открытие атомов как химических атомов и атомов как элементарных частиц. Но основного вопроса, вопроса о делимости– неделимости мира, эта количественная градация «атомов» не решила.

Поэтому, не исключая возможности существования 4-го, 5-го и вообще любого числа измерений, отличающихся от третьего так же, как третье отличается от второго, мы все же предполагаем, что это не будет решением проблем, касающихся природы мира в целом. Другое дело, если высшее измерение понимать в смысле не только количественном, но и качественном, т. е. предполагать, что замыкание мира осуществляется этим высшим измерением не на уровне той же обычной геометрии с добавлением лишь еще одного такого же измерения, а на уровне, например, вероятностно-информационном.

Когда Дж. Уитроу в своей работе «Естественная философия времени» утверждает, что у времени нет времени, иначе

все происходило бы одновременно, то он высказывает ту же идею, которую высказывал Аристотель, утверждавший, что у места Вселенной нет места, что место Вселенной находится в мире так, как тепло или здоровье находится в теле. Эта идея сводится к тому, что более глубоким слоем реальности для временной длительности и пространственной протяженности являются не более или менее усложненные варианты той же длительности и протяженности (4-е, 5-е и т. п. измерения), а нечто качественно от них отличное. Поскольку Уитроу настаивает на истолковании времени как понятия существенно статистического, наподобие температуры газа[1], то можно полагать, что таким фактором Уитроу считал именно вероятностно-информационную реальность.

Историческое объяснение доминирования одномерной направленности в трактовке Вселенной следует видеть в том, что все открытые до сих пор явления истолковывались именно на путях уменьшения арифметических масштабов в рамках чисто количественной математики.

Электричество понимали как движение электронов, химизм объясняли атомами, гравитацию — гравитонам и т. д. Вывод был сделан таков, что при объяснении того или иного явления надо двигаться в одном, избранном направлении, а именно—вниз по лестнице арифметических масштабов. И сама эта «лестница» приобретает смысл чего-то достаточно самостоятельного, что и способствует закреплению представлений здравого рассудка о мире как последовательности переходов от «малого» к «большому».

Влияние количественной математики, учитывающей только сходственное, экстенсивное, на человеческое воображение, при формировании образа бесконечного было очень эффективным, ведь до последнего времени никакой другой математики, кроме количественной, и не было.

В конце XIX в. Дж. Веронезе высказал идею, что мир следует описывать такой математикой, которая учитывает и сходства и различия. Эта идея до последнего времени не признавалась. И теперь еще идея разнокачественных, как бы различно окрашенных единиц, находит себе отклик больше в атомной физике, чем в математике.

2. Отказ от закона исключенного третьего

Первым усомнился в универсальности закона исключенного третьего математик Кронекер. Затем эту мысль развил

[1] См.: Дж. Уитроу. Указ. соч., стр. 315.

Брауэр, к ней присоединились Вейль, Лузин, Колмогоров. Сущность сомнений этих математиков по поводу закона исключенного третьего заключалась в следующем.

Если Рассел считал уязвимым выражение «все» и «существует» в применении их к совокупности подмножеств бесконечного множества, то Брауэр усматривал такую уязвимость уже по отношению к самим элементам бесконечного множества. Например, пусть Е представляет собою определенное свойство натуральных чисел. Допустим, что для каждого заданного числа n можно установить, присуще ему или нет это свойство Е. Мнение, будто определенным является сам факт существования или же несуществования числа, обладающего свойством Е, опирается исключительно на безотчетную веру в возможность перебора всех чисел натурального ряда по отношению к этому свойству Е.

Такое представление о законченном почленном исследовании бесконечного ряда лишено, однако, какого-либо смысла, если под бесконечностью ряда подразумевать обычную дурную бесконечность.

Общее суждение о числе можно получить только в результате исследования сущности числа, а не в результате исследования отдельных чисел. Только указание на вполне определенное число, обладающее свойством Е (быть четным числом или быть последним простым числом в натуральном ряду, например), может служить основанием для утвердительного ответа. С другой стороны, поскольку невозможно исследовать все числа, то только знание того, что число по существу своему должно обладать свойством не—Е, является основанием для отрицательного ответа. «Сам господь бог не располагает иными средствами для решения вопроса. Но обе эти альтернативы вовсе не противостоят друг другу как утверждение и отрицание, ни отрицание одной, ни отрицание другой не имеет реального смысла.

В нашей душе против этого интуиционизма со всей силой восстает абсолютистская мысль: ведь если я пробегаю ряд и уславливаюсь прекратить исследование в том случае, если я встречу число, обладающее свойством Е, то мне либо придется закончить свое исследование, либо же нет, это так или это не так, безо всяких сомнений и колебаний, безо всякой третьей альтернативы. К подобного рода вещам не следует подходить извне, здесь необходима внутренняя концентрация духа, необходимо бороться за «видение», за доказательность»[1].

[1] Г. Вейль. О философии математики, стр. 22—23.

Таким образом, Вейль утверждает, что закон исключенного третьего, по которому нечто может быть числом или не числом, точкой или не точкой, протяженностью или не протяженностью, но ни в коем случае не чем-то третьим, не совпадающим ни с тем, ни с другим, не является универсальным законом, применимым всегда и везде. Он явно неприменим там, где непосредственно учитывается бесконечное.

Идеи Брауэра и Вейля поддержал в 1925 г. А. Н. Колмогоров[1].

Хотя главная роль в критике принципа исключенного третьего принадлежала и принадлежит математикам, все же сомнение в универсальности этого принципа не является монополией математиков. Многие философы и естественники высказывали аналогичные взгляды.

Хорошо известна, например, критика закона исключенного третьего Гегелем. Гегель полагал, что признав закон исключенного третьего, мы попадаем в бесконечный регресс законов исключенного 4-го, 5-го и т. д. Ведь в самом предположении о том, что нет ничего такого, что не было бы ни «А», ни «не—А», уже имеется это третье, безразличное к противоположностям «А». Если принимается логика, утверждающая истинность закона исключенного третьего, то это заставляет принять и закон исключенного четвертого, гласящий, что не может быть ничего, кроме или «А», или «не—А», или их сочетания. В свою очередь такая формулировка, отрицающая что четвертое, тем самым будет подразумевать возможность этого четвертого, что в свою очередь послужит основанием для закона исключенного пятого, и так до бесконечности. Бесперспективность такой процедуры и служит по Гегелю основанием для отказа от логики закона исключенного третьего.

Э. М. Чудинов[2] использует для доказательства неприменимости к проблеме конечности—бесконечности мира закона исключенного третьего разработки Чёрчем логических критериев независимости. Согласно Чёрчу, если какая-либо совокупность утверждений △ совместима с утверждением Е и вместе с тем с отрицанием Е, то Е не вытекает из △ или, что равносильно, не зависит от △. Наличие модели,

[1] А. Н. Колмогоров. О принципе tertium non datur. «Математический сборник», т. 34, вып. 4. М.—Л., 1925.

[2] См.: Э. М. Чудинов. Аксиоматический характер тезиса о бесконечности Вселенной в релятивистской космологии и закон исключенного третьего. В сб.: «Философские проблемы теории тяготения Эйнштейна и релятивистской космологии». Киев, 1965.

10—Зак 7172

которая реализует △ и Ё, придает независимости Ё характер так называемой «независимости относительно следствий»[1]. Примерами такой независимости относительно следствий может быть независимость реальности эвклидовой или неэвклидовой модели мира относительно пятого постулата Эвклида или независимость реальности решения проблемы континуума (в узком смысле) от соответствующих исходных предпосылок. Вполне вероятно, что такой же характер независимости относительно следствий имеет и решение вопроса о конечности—бесконечности мира относительно соответствующих обыденных наглядных представлений нашего здравого рассудка.

В пользу такой мысли говорят выводы космолога А. Л. Зельманова. Полученные им равноправные математические модели мира в одном случае в полном соответствии со здравым смыслом включали в бесконечную Вселенную ее конечную часть, в другом случае в полном противоречии со здравым смыслом включали в конечную Вселенную ее бесконечную часть. Трудно привести более веское доказательство неуниверсальности понятий «часть», «конечное», «бесконечное» и т. п. в их обычном понимании при использовании закона исключенного третьего.

3. Тенденция не расчленять реальность на сантиметр, грамм, секунду

В современной науке проявляются две тенденции по этому вопросу.

Первая заключается в стремлении считать самоочевидными понятия сантиметра, грамма, секунды. Даваемые в русле этой тенденции определения пространства, времени, массы, по нашему мнению, бесперспективны. Р. Я. Штейман, например, пишет: «Отличие этих форм бытия друг от друга... состоит в том, что пространство есть всеобщая форма сосуществования тел, время — всеобщая форма смены явлений; находиться в пространстве — это значит быть в форме расположения одного возле другого, во времени — в форме последовательности одного после другого»[2]. Но совершенно очевидно, что на вопрос, как определяются «один», «другой», «возле», нет другого ответа, кроме того, что понятия «быть возле», «быть одним», «быть другим» определяются только через отношение к общемировому фону той же пространственной протяженности. Точно так же понятие «следование одного явления за другим» и понятие «быть во времени» имеют один и тот же смысл и одно из них не определяет другое, а тавтологически повторяет одно другое.

Аналогично некоторые исследователи стремятся доказать, что проявление электроном свойств волны и частицы свидетельствует лишь о том, что существуют объективно и частицы как таковые, и волны как таковые, а двойственность поведения электрона они объясняют тем, что мы еще не знаем какие-то параметры, которые существуют в объективном мире именно так, как мы их могли бы воспринимать своими органами чувств. Такие ученые пытаются свести смысл волновой функции к обычным представлениям классической механики, т. е. подразделить этот процесс на носителя движения и на движение само по себе. Четко это стремление выразил проф. Г. А. Лебедев[1]. Последнее перекликается с аксиоматическим методом математики, как его определил Декарт: «Очень полезно переносить все то, что говорится о величинах вообще, на тот род величин, которые представляются нашему воображению наиболее ясно и легко, а таким представляется именно протяжение тел»[2].

Подобные взгляды выражали критики принципа Гейзенберга в сороковых и пятидесятых годах. Главным аргументом их была ссылка на то, что поскольку тысячи лет для людей хлеб всегда оставался хлебом, а земля—землей, без всякой неопределенности, то это и доказывает, что рассуждения Гейзенберга ошибочны. Такая точка зрения имела бы смысл при взаимообусловленности понятий «наглядное» и «объективное». Но хорошо известно, что такой взаимосвязи не существует.

Вторая тенденция в науке проявляется в отказе от самоочевидности сантиметра, грамма, секунды. Предполагается, что кажущиеся здравому рассудку очевидными понятия длины, единицы, секунды являются не простейшими характеристиками, а фокусами скрещивания наиболее глубоких характеристик.

В соответствии с этим для второй тенденции характерно стремление найти в пространстве, времени, массе, информации и т. п. нечто общее, и только по достижении этого бо-

---

[1] А. Чёрч. Указ. соч., стр. 315.

[2] Р. Я. Штейнман. Пространство и время. М., 1962, стр. 66.

[1] См.: Г. А. Лебедев. О некоторых дискуссионных вопросах современной физики. Л., 1956.

[2] Р. Декарт. Regulae. Цит. по кн.: А. В. Васильев. Математика. Казань, 1916, стр. 15.

лее высокого и менее наглядного уровня пытаться установить различие между ними. До последнего времени успехи сопутствовали только первому этапу,т . е. только количественной математике с ее обобщениями, проводимыми на базе учета сходственности.

В русле этой тенденции развивали свои взгляды Лебег и Колмогоров о том, что наглядные «единица», «длина», «часть», «целое» и другие элементарные образы математики хуже отражают объективную действительность, чем более сложные и менее наглядные образы математики.

Соответствует второй тенденции также идея так называемой «теоремы TCP», согласно которой имеет место ненаглядная инвариантность некоторого содержания относительно произведения TCP[1] (где P — пространственное отражение, T—отражение времени, C—зарядовое сопряжение), а не более или менее наглядная инвариантность относительно каждой из этих трех характеристик по отдельности.

Следует также упомянуть в плане иллюстрации второй тенденции попытки некоторых современных физиков создать обобщенный логический образ всех известных до настоящего времени физических структур, законов и закономерностей, т. е. довести до логического конца задачу отыскания сходственного в известных нам явлениях и тем самым создать новую базу для определения различного.

Начинают такие физики с констатации существующего в настоящее время разрыва между современным аппаратом МН (математических наблюдений) и полуинтуитивной измерительной практикой ФН (физических наблюдений): «Не нужно приводить много примеров, чтобы убедиться в явном несоответствии между безупречной, математически точной, абстрактной системой, с одной стороны, и полуинтуитивными, апеллирующими к наглядности методами введения основных физических понятий, с другой»[2].

Если понимать эту идею упрощенно, то можно предположить, что здесь упускается из виду альтернатива — математические законы отражают приближенно некоторые физические явления. Однако такое предположение будет явно ошибочным, поскольку, например, Синг[3] пишет о том, что в

[1] См.: Р. Иост. Общая теория квантованных полей. М., 1967, стр. 142—143.
[2] Ю. И. Кулаков. К теории физических структур. Новосибирск, 1968, стр. 7.
[3] См.: Дж. Л. Синг. Общая теория относительности. М., 1963, стр. 98.

таком физическом явлении, как стадо овец, и в такой математической операции, как счет этого стада, ФН и МН, конечно, совпадают.

Речь идет о том, что основополагающие понятия расстояния, времени, массы и т. п. мы пока определяем полуинтуитивно, апеллируя к наглядности, а это не идет ни в какое сравнение со строгостью современного математического аппарата. Речь идет о том, что современные физики не имеют возможности подразумевать под «пространством», «временем» и «массой» ничего иного, кроме инвариантов измерений. Другими словами, до сих пор пространство отличается от времени тем, что в пространстве расстояние между фиксируемыми точками измеряется метром, во времени же расстояние между фиксируемыми точками измеряется минутой, а на вопрос, в чем отличие метра от минуты, можно получить только один ответ: в том, что метр измеряет пространство, а минута — время.

Если бы в различных точках с помощью термометра фиксировалась температура, то из набора полученных величин нельзя было бы получить никакого инварианта. Если же фиксировать точки пространства или точки времени, то из набора полученных величин можно получить нечто сохраняющееся, инвариантное. Так, например, для измерений времени инвариантным оказалось бы равенство нулю площади треугольника, у которого вершинами служат точки фиксации, что свидетельствует об отсутствии у времени ширины, т. е. о наличии у времени только одного измерения. Ничего другого пока вложить в термин «время» современная наука не может.

Однако такое положение не может удовлетворить ни физиков, ни философов.

В этом плане большой интерес представляет то обстоятельство, что, если взять множество любых тел или событий i, k,.. l,... и множество воздействующих на них сил α, β,... ...., γ , .., то составленный из обобщенных расстояний S определитель будет универсальным выражением не только, например, пространственно-силового закона Ньютона, но также уравнений Максвелла, законов термодинамики и т. п. Не включаются пока в этот универсальный определитель только гравитационные силы[1].

Если бы все это подтвердилось, то следующим этапом стало бы, по нашему мнению, определение качественной природы тех общемировых характеристик, которые пока определя-

[1] Ю. И. Кулаков. Указ. соч.

ются лишь полуинтуитивно. Более высокий уровень понимания сходственности даст возможность освоить и более высокий уровень понимания различия. Об этом свидетельствует ситуация с гравитационными силами. Очевидно, если удается изыскать единый математический аппарат для всех известных сил, кроме гравитационных, то это и говорит о наличии более существенного различия между гравитацией и остальными характеристиками. Все это в целом представляло бы большой успех в развитии того образа мыслей, который мы назвали «второй тенденцией» в современной науке.

4. Вероятностная логика

Теория вероятностей, статистика, теория массового обслуживания, теория игр исходят из иного понимания реальности индивидуального объекта, чем арифметика, геометрия, механика.

Если арифметика, геометрия, механика начинают исследование с индивидуальных тел, то теория вероятностей, статистика, теория игр, переносят центр тяжести с индивида на исследование связей и отношений в достаточно большой массе индивидов, отодвигая тем самым реальность отдельного индивида на второй план. При этом какая-то степень реальности индивидуальных образований не игнорируется совершенно, она просто делается менее актуальной, поскольку центром проблемы выступает реальность статистического целого.

Так, например, атлас 5 мл. звезд, который в 1887 г. начали составлять 18 обсерваторий и который представляет собой 300 томов толщиной в 10 м, безусловно, оказывает большую помощь в так называемом «отождествлении» новых и сверхновых звезд, т. е. используется в этом случае для рассмотрения процесса развития отдельных звезд как самостоятельных реальностей. Однако главной задачей этого труда является стремление уловить какие-то закономерности в организме всей видимой Вселенной. Вопрос о реальности той или иной отдельной звезды уже не представляется определяющим.

Это обстоятельство, по нашему мнению, является тем кардинальнейшим пунктом, опираясь на который можно дать перспективное понимание бесконечного, отличное от тупикового образа следующих друг за другом миллиардов световых лет. Для вероятностной логики связи, отношения, вообще любые информационные единицы не менее реальны, чем единичные вещи. Конечно, можно считать информационно-вероятностную реальность математической абстракцией. Именно так и думал, например, Эйнштейн. Но к настоящему времени накопилось очень много данных иного рода и это не позволяет просто отмахнуться от реальности вероятностной логики, как это было сделано в начале XX в. по отношению к учению Бугаева—Некрасова. Рассмотрим некоторые аспекты этого учения.

Н. В. Бугаев (1837—1903) изложил свои взгляды в двух основных работах: «Основы эволюционной монадологии» и «Математика и научно-философское миросозерцание». В его понимании мир в целом как предел всеобщего и монада как предел особенного являются пределами—противоположностями только в нашем воображении. Действительный смысл мирового процесса состоит именно в снятии противоположности мир—монада, причем процесс этот идет вне рамок протяженности. Протяженность — это лишь то, что мы замечаем в монаде, рассматривая ее извне. В этом случае понимаемая в терминах протяжения монада выступает как атом. Монада, рассматриваемая изнутри и понимаемая в терминах динамических и психологических, выступает как сила и воля. Монады подчиняются закону инерции, закону солидарности (связь всего со всем) и закону сохранения прошлого (сохранение информации). Непосредственно наблюдаемые нами проявления универсума в форме непрерывного и прерывного должны быть дополнены вероятностью. Непрерывное изучает математический анализ, прерывное — аритмология, вероятностное — теория вероятностей. Прерывное, учитывающее независимость индивидуальностей, не менее важно, чем непрерывное, учитывающее среду. Ведь существует не только причинность, но и целесообразность, не только необходимость, но и свобода, не только общее, но и личное. Единство мира обусловливает слияние предельно личного (монада) и предельно всеобщего (мир в целом). Это ненаглядное слияние крайностей всеобщего и особенного трудно понять исключительно в рамках анализа или аритмологии, на помощь должна быть призвана теория вероятностей как универсальная теория природы, жизни и интеллекта. «Некоторая доля случайности, появляющаяся в наших действиях, вносит элемент случайности в самую природу»[1], — писал Н. В. Бугаев, подчеркивая не

[1] Н. В. Бугаев. Математика и научно-философское миросозерцание. Киев, 1898, стр. 16.

только интеллектуальный, но и космологический характер вероятностной логики.

Ученик и преемник Н. В. Бугаева математик П. А. Некрасов продолжил и развил его учение. Он опубликовал фундаментальный труд «Новые основания учения о вероятностях сумм и средних величин», изданный в 1901—1903 годах в Москве. Этот труд является первой работой в мировой математической литературе по вероятностной логике. Основные идеи этого труда он изложил в одной из своих статей[1]. В этой статье П. А. Некрасов диалектически рассматривает реальность вероятностного подхода, сохраняя также реальность индивидуального объекта. П. А. Некрасов опирается при этом на известную теорему П. Л. Чебышева, согласно которой точные выводы о средних вероятностных результатах будут правильны только при условии независимости единиц массовых случайных явлений[2] (статистика пожаров будет нереальной, если дома не разделены брандмауэрами). П. А. Некрасов, основываясь на этой теореме, отвергает существовавшие со времен Лапласа и Кетле два принципа социальной статистики.

Первый из этих принципов гласил, что для человека определяющим является физиологический, а не интеллектуальный аспект. Второй принцип утверждал, что морально-интеллектуальные особенности личностей сглаживаются тем больше, чем больше личностей принимается во внимание (подобно тому, как сглаживаются детали в перспективе).

По поводу последнего принципа П. А. Некрасов замечает, что это аналогично ситуации, когда правильность телескопических наблюдений ставят в зависимость не от квалификации астронома-наблюдателя, а от средних показателей множества первых попавшихся лиц, поочередно сменяющих друг друга у телескопа.

Первый принцип П. А. Некрасов отвергал на том основании, что он низводит универсум до механического сочетания массы и пустоты и совершенно игнорирует информационно-интеллектуальный аспект Вселенной.

Продолжателем идей Н. В. Бугаева в физике был его ученик проф. Н. А. Умов. Н. А. Умов считал, что мир, в сущности, представляет собой не мозаику индивидуальных тел, а «пустоту», так как отношение материи звезд к занимаемому им пространству равно отношению единицы к 3 с 13 нулями, или отношению одной секунды к миллиону лет. Отсюда Н. А. Умов делал вывод: по-видимому, то, что мы называем пустотой, является по законам вероятности «лабораторией материи».

Этим Н. А. Умов предвосхитил теорию единства осциллятора и среды, по которой только при поверхностном анализе допустимо раздельное рассмотрение осциллятора и среды, материи и пустоты. Переходя от неживой природы к жизни и мышлению, Н. А. Умов подчеркивал мысль о всеобщей взаимозависимости и об вероятностно-статистическом механизме этой взаимозависимости: «И живое, как все процессы природы, развивается в сторону наиболее вероятных форм, наиболее способных к борьбе за жизнь. И в этом направлении появляется на Земле разум, во всеоружии научного знания»[1].

Критики обвиняли Н. В. Бугаева в злоупотреблении антропоморфными метафорами, высмеивали его предположения о наличии вероятностно-информационного уровня не только у человека, но также у живых существ вообще и в неорганической природе. Разве можно, говорили они, серьезно обсуждать «вопрос о психике атомов, о стремлении их к идеалам, которые они сами вырабатывают, и т. п., если даже по отношению к высшим животным это неправдоподобно?»[2].

Однако из текста работ самого Н. В. Бугаева видно, что он имел в виду не антропоморфный характер психики атома, а тот характер общности информационно-вероятностного аспекта для атома и человека, который уже признается всеми, например, для пространства—времени или движения. Специфика пространства, времени, движения, информации для неживой, живой и мыслящей материи, само собой разумеется, при этом сохраняется, но не игнорируется и элемент общности.

Уверив себя в абсурдности «психики атомов», критики Бугаева на этом основании находили у него еще одно слабое место. У Лейбница координация монад осуществлялась через предустановленную гармонию, Бугаев же этот вопрос не ста-

[1] П. А. Некрасов. Философия и логика науки о массовых проявлениях человеческой деятельности. «Математический сборник», т. 23. М., 1902.

[2] См.: П. Л. Чебышев. О средних величинах. «Математический сборник», т. 2, 1867.

[1] Цит. по кн.: Е. Е. Святловский. Занимательная статистика. Л., 1933, стр. 127.

[2] Л. Лопатин. Философское мировоззрение Н. В. Бугаева. «Вопросы философии и психологии», кн.: 72, 1908, стр. 183.

вил и давал только ссылки на имеющую отношение к информации «некую тайну, повелевающую неизбежным»[1].

Отвергая предустановленную гармонию, Бугаев вместе с тем отвергал и вероятность в понятии Лапласа. Он согласен был с Тейхмюллером о невозможности объяснить одними законами теории вероятностей структуру мира: «Таким образом создается ими (дарвинистами) большое родословное дерево всех живых форм с одною общею праматерью, но без отца, ибо последний, как неведомый случай не может быть рекламирован»[2].

Действительно, простой случай не может быть «отцом» неживой, живой и мыслящей природы. Это подтвердилось в дальнейшем. По расчетам биолога Леконта де Но, для образования по законам теории вероятностей молекулы белка средней сложности потребовалось бы 10^{321} лет. Математик Гайер подсчитал в 1961 г., что если бы атомы пяти элементов, из которых состоит простейший протеин (азот, кислород, углерод, водород, сера) существовали в хаосогенной Вселенной, т. е. во Вселенной, подчиняющейся лишь законам теории вероятностей, то для образования молекулы протеина с атомным весом 40000 понадобилось бы 10^{160} лет при количестве вещества в миллион раз большем, чем в нашей видимой Вселенной. Между тем в нашей Вселенной за 10^{11} лет появился не только протеин, но и мыслящий человек. Подобные расчеты делали и многие другие. Чем это объяснить?

К настоящему времени начинают обозначаться контуры того, что Тейхмюллер называл «отцом», а Бугаев «некоей тайной» информационной природы. Это регулирующие и форсирующие факторы вероятностно-селективного характера типа полупроницаемых пленок и иерархии химических катализаторов, у которых причина не равна действию (подобно тому, как энергия звука не соответствует энергии снежной лавины, им вызванной). Эти факты становятся предметом изучения нарождающейся науки «игр на выживание». Главной идеей тут является не субстанция и протяженность, а информация, что и дает повод говорить не о просто вероятностной реальности, но именно о вероятностно-информационной реальности.

В настоящее время ученые, рассматривая мир как поток информаций, а человека как один из сигналов этого потока,

[1] В. Г. Алексеев. Н. В. Бугаев и проблема идеализма московской математической школы. Юрьев, 1905, стр. 27.

[2] Цит. по кн.: В. Г. Алекеев. Математика как основание критики научно-философского мировоззрения. Юрьев, 1903, стр. 21.

вновь отмечают не только отличие такого «сигнала» от других, но и его общность со всеми остальными сигналами. Однако никто из современных противников вероятностно-информационной интерпретации глубинной реальности мира на этом основании не обвиняет, например, Винера в том, что он допустил антропоморфизм, усмотрев информационное начало не только в человеке, но и в атоме.

Таким образом, прошедшие после возникновения учения Н. В. Бугаева 70—80 лет показали, что никаких серьезных аргументов против него выдвинуто не было.

Подобно тому, как общепризнанные формулы теории относительности имеют три различные истолкования, точно так же и общепризнанные формулы теории вероятностей имеют три различные истолкования, и одно из них принадлежит Бугаеву—Некрасову.

Одни ученые вместе с Лапласом считают, что теория вероятностей есть не что иное как «здравый смысл, сведенный к исчислению», т. е. безоговорочно верят в то, что наблюдаемый нами мир отдельных тел есть единственная реальность, и теория вероятностей лишь отражает отношения между объектами этой реальности. К такой точке зрения примыкают те физики, которые считают вероятностную интерпретацию природы элементарных частиц иллюзорной и ожидают разъяснения природы элементарных частиц в рамках привычных образов здравого рассудка.

Другие математики и философы вместе с Мизесом переносят центр тяжести реальности с индивидуального на массовое, но категорически отрицают какой бы то ни было вклад в формирование этого «массового» таких единичных элементов, как неповторимая человеческая личность, творческий акт и т. п. Мизес проводит мысль о том, что в интересах научного понимания вероятности следует полностью игнорировать такие аспекты вероятного, о которых говорит Гете в книге «О правде и вероятности произведений искусства», т. е. ничто индивидуальное, неповторимое типа личности человека или его творчества не должно быть предметом теории вероятностей. Вероятность того, перешел Цезарь Рубикон или нет, не является по Мизесу вероятностью в научном смысле, поскольку здесь нет иррегулярного коллектива. «Нечувствительное к выбору номеров предельное значение относительной частоты, с которой появляется определенный признак, мы называем «вероятностью» появления этого признака в пре-

делах рассматриваемого коллектива»[1]. Если, например, говорит Мизес, большие столбы распределены точно через 9 малых, то законы теории вероятности к появлению большого или малого столба уже неприменимы. Если произвести изъятие всех 5-х столбов, то все останется по-прежнему, так как коллектив не будет иррегулярным. На иррегулярности коллектива построен принцип невозможности системы в играх,— если бы такая система была, то все выигрывали бы, разгадав эту систему. Мизес отвергает определение вероятности по Лапласу, согласно которому вероятность есть частное от деления числа благоприятных случаев на общее число всех равновозможных случаев. О какой равновозможности случаев можно говорить, когда вычисляют вероятность смерти в возрасте между 40 и 41 годом, вероятность самоубийств и т. п.? Если грань игральной кости сделать неравной другим, то разве вероятность ее выпадания исчезнет?

Если последним замечаниям Мизеса о невозможности совершенно одинаковых ситуаций придать несколько иное значение, то получится третья точка зрения на смысл вероятностной логики. Мизес, отрицая равновозможный характер случаев, делает вывод, что статистический коллектив как объект теории вероятностей должен быть достаточно велик и иррегулярен. Н. В. Бугаев и П. А. Некрасов, исходя из теоремы Чебышева, говорящей о независимости членов статистического коллектива как обязательном условии применения вероятностного подхода, сделали иной вывод. Они настаивали на том, что наблюдаемая нами мозаика индивидуальных тел — это только поверхностный слой общемирового целого, что за ним скрывается более глубокая вероятностно-информационная реальность и проникновение в сущность этой реальности требует диалектического сочетания углубленного исследования индивидуального на уровне интеллектуальной информации (неповторимость «монады» человеческой личности) и такого же углубленного исследования всеобщего на уровне физической информации (мир в целом, космос).

Точка зрения Бугаева—Некрасова отличается как от лапласовского преклонения перед здравым рассудком, видящим реальное только в индивидуальном, так и от пренебрежения индивидуальным в теории Мизеса.

Делая прямо противоположные выводы, Лаплас и Мизес исходят из одного и того же начала. Это начало — самоочевидная и примитивная простота понятия индивидуальности.

[1] Р. Мизес. Вероятность и статистика. М.—Л., 1930, стр. 37—38.

Как для Лапласа, так и для Мизеса атом, столб, человек — только простые единицы соответствующих статистических ансамблей. Никакой градации, дифференциации этих единиц, а тем более попыток уловить за ними высшую, вероятностно-информационную реальность, ни у Лапласа, ни у Мизеса нет. В теории же Бугаева—Некрасова такая попытка делается.

В заключение укажем объективные предпосылки отличия вероятностной логики от традиционной и приведем пример связи вероятности с информацией.

Из истории моделирования бесконечного следует, как уже упоминалось, что легко заметить определенную грань между миром вещей, следующих друг за другом в линейном перечне, с одной стороны, и миром отношений, с другой. Мозг человека состоит из 10^{35} элементарных частиц, вся видимая Вселенная—из 10^{84} элементарных частиц, всех событий в этой Вселенной за 15 млрд. лет ее существования было 10^{200}. В то же время число межнейронных связей только для одной тысячной части человеческого мозга равно $10^{278\,300}$. Для определения в причинно-однозначном смысле поведения молекул в 1 $см^3$ газа при 0° С и обычном давлении необходимо решить $3 \cdot 10^{19}$ уравнений, каждое из которых содержит 10^{18} членов; чтобы решить эти уравнения с помощью современных компютеров, делающих миллион операций в секунду, потребуется тысяча миллиардов лет.

Если взять 50 параметров с 25 значениями для каждого из них, то число всех возможных сочетаний между ними будет 10^{73}. Для нахождения нужного атома из 10^{73} при прямом просмотре со скоростью один атом в одну секунду потребовалось бы столько веков, что их число не поместилось бы на одной странице. Если же стали бы искать нужный вариант (атом) не методом перебора, а методом групп, то этот процесс закончился бы за 4 мин.

Игра в шашки является конечной игрой с 10^{40} альтернатив. Чтобы найти правильные альтернативы при последовательном просмотре 3 альтернатив за 1 наносекунду, игроку потребовались бы для одной партии более 10^{21} веков. Между тем наш мозг делает это каким-то образом за считанные минуты.

Среднее время повторяемости флуктуаций молекул воздуха в шаре радиусом $2{,}5 \cdot 10^{-5}$ см равно одной секунде, а при радиусе $5 \cdot 10^{-5}$ см это время будет равно 10^{68} сек (наша видимая Вселенная существует $3 \cdot 10^{17}$ сек).

Подобных фактов можно было бы привести много, и все

ний явно свидетельствуют о том, что приемы, методы и законы мира вещей нереальны для мира отношений. Лаплас думал, что можно, определив координаты и скорости атомов, определить прошлое, настоящее и будущее мира. Теперь мы видим, что это в принципе невозможно даже для молекул одного кубического сантиметра воздуха. Методы прямого перебора отдельных тел и событий, свойственные сфере нашего ближайшего окружения, здесь принципиально неприменимы. Но это и является доказательством того, что в мире, где нет смысла искать истину так, как ищет ее здравый рассудок, существует иной уровень реальности.

Логикой этого иного уровня универсума является вероятностная логика, а реальностью является вероятностно-информационная реальность.

Введением к переходу от логики здравого рассудка, требующей четкого положительного или отрицательного определения в стиле «точно так — никак нет», к вероятностной логике может служить пример, приводимый Винером: стреляя точечной пулей в стену, мы имеем нулевой шанс попасть в какую-то заранее намеченную точку стены, но одновременно имеется абсолютная достоверность попадания в вообще какую-то точку стены. Такое парадоксальное слияние невозможного с достоверным явно не гармонирует с обыденными ситуациями сферы нашего ближайшего окружения.

Приведем пример связи информационного аспекта с вероятностным. Отдельный человек может прожить всю жизнь и не только ни разу не опустить в почтовый ящик письмо без адреса, но даже никогда и не слышать о примере такой сверхрассеянности. Между тем для города с населением в 5—6 миллионов при обычных условиях жизни (т. е. при отсутствии каких-либо сенсационных событий) более или менее точно бывает 20 безадресных писем в сутки. Подобное проявление в статистике того, что глубоко скрыто в индивидуальности, напоминает проявление особенностей элементов периодического множества (например, мелкоячеистой сети) при наложении подобных множеств друг на друга. В теории вероятностей эта проблема близка к тематике так называемых эргодических функций, т. е. случайных функций, каждая реализация которых, как бы маловероятна она ни была, отражает характер всей совокупности возможных реализаций.

5. Информация

Если смена поколений всех живых существ, кроме человека, представляет собой эстафету генетической информации, то смена поколений человека есть эстафета интеллектуальной информации. Жизненная информация передается биологической атомно-молекулярной структурой, интеллектуальная — системой звуковых и письменных знаков, обеспечивающей накопление информации в таком темпе, который принципиально недоступен при кодировании генами.

Человек не более трудолюбив, чем муравей, и не более предан принципу «все за одного, один за всех», чем пчела. То, что ставит его выше муравья, пчелы и любых других известных нам живых структур, — это его уникальная способность накапливать информацию, пользуясь языком.

Научная информация уже сотни лет росла в геометрической прогрессии, но особенно это стало заметно в XX в., когда в некоторых странах научная информация начала удваиваться каждые семь лет, когда военная техника достигла потолка, осуществив свой «идеал» — возможность уничтожить все население Земли, когда человек ступил на Луну, и т. д. Поэтому двадцатый век называют иногда веком информации.

Естественно, что, сталкиваясь с проблемой информации, прежде всего надо определить, что же такое информация. Если бы удалось определить информацию через сантиметр, грамм, секунду, то тем самым было бы получено основание считать ее чем-то второстепенным. Но это не так. Информацию, возможно, следовало бы отнести к факторам, не менее реальным и самостоятельным, чем индивидуальность, протяженность, длительность, масса и т. п.

Рассмотрим эти вопросы подробнее.

Среди множества существующих в настоящее время определений преобладают те, которые считают информацию своеобразным, самостоятельным фактором. К числу таких относится определение информации Винером. «Информация о сообщении зависит от ансамбля, из которого сообщение выбрано, и ее среднее значение может быть отождествлено с энтропией ансамбля»[1]. Информацию также определяют как сумму сообщений по тем или иным каналам связи от передатчика к приемнику. Информацию определяют как чистую математику, оперирующую измеримыми множествами, с выбором из аль-

[1] Р. Фано. Передача информации. М., 1965 (предисловие).

тернатив неопределенного характера; как теорию связи; как статистическую теорию связи и т. п.

Если же информацию определяют через неоднородность в пространстве, времени, массе, энергии, т. е. основное внимание уделяется временному и пространственному аспекту, то при углублении в смысл этих аспектов все равно исследователи оказываются перед необходимостью определять информацию по Винеру.

В итоге понятие информации и отражаемой им реальности можно, очевидно, определить так же, как определяют понятие индивидуального тела и соответствующую ему реальность. Дать краткое определение индивидуального тела очень трудно. Можно индивидуальное тело определить как конечное тело, имеющее четкие границы, отделяющие его от всего остального мира, но при этом мы впадаем в тавтологию, аналогичную тавтологии — «информация — это сообщение», «сообщение — это информация». Ведь ясно, что уточняя затем понятия конечного тела, границы и т. п., мы бы вынуждены были вновь апеллировать к понятию индивидуального тела. Если же определить индивидуальное тело через то, что не является индивидуальностью (бесконечное поле, вакуум и т. п.), то тем самым мы затронем проблему мира в целом, а это возврат к исходному пункту.

Поэтому, желая ответить на вопрос «что такое информация», следует, очевидно, стремиться не к тому, чтобы определить информацию в терминах неинформационного характера, и не к тому, чтобы в кратком определении повторить по существу тавтологию «информация — это информация», а к выяснению характера связи информации со статистикой, теорией вероятностей, кибернетикой и т. п.

Взаимосвязь теории информации и кибернетики подчеркивали Винер и Эшби.

Кибернетика характеризуется наиболее общим подходом к изучению общих свойств систем. Подобно тому как физика и химия изучают движение атомов и молекул в любых телах, кибернетика изучает движение информаций в любых системах.

В случае независимости элементов друг от друга в предельно неорганизованной системе ее энтропия $S=k^2 l n P$ (К — константа, Р — число элементарных комплексов или микросостояний) будет максимальна и равна сумме энтропий составляющих ее элементов.

Если система имеет максимальную энтропию, т. е. находится в состоянии абсолютного хаоса, то никакое изучение внутреннего состояния этой системы невозможно, так как, собственно, никакого «внутреннего состояния», т. е. хотя бы каких-нибудь минимальных отношений между элементами такой системы, не существует. Это обстоятельство со всей очевидностью свидетельствует о том, что система в состоянии максимальной энтропии внутренне не несет в себе никакой информации ни актуально, ни потенциально. Речь идет именно о внутреннем состоянии системы, так как внешне информацией о такой системе является уже сам факт ее существования.

Если же система имеет какую-то степень организованности (негэнтропии), то как бы мала ни была эта степень организованности, получение информации о ее внутреннем состоянии принципиально возможно, и следовательно, такая система несет в себе (по крайней мере, потенциально) какую-то определенную информацию.

Процесс увеличения или извлечения информации может протекать по одному из следующих трех вариантов: 1) наблюдатель изучает совершенно неизвестную ему систему; 2) наблюдатель воспринимает изменения организованности в какой-то степени известной ему системы; и, наконец, 3) наблюдатель, не имея сведений о данной системе, на основании уже имеющейся информации создает о ней гипотезы или прогнозы. Но во всех случаях для наблюдателя предметом информации является организованность системы или ее изменение.

Таким образом, условно можно считать, что информация является мерой или обозначением организованности системы.

Речь должна идти при этом об условном определении, так как при ответе на вопрос, что такое организованность, мы вынуждены будем или вернуться к проблемам интерпретации мира в целом, или же сказать, что информация — это информация.

Организованность или изменение организованности системы при таком истолковании является потенциональной и максимально возможной информацией о системе или событии. Это как бы а б с о л ю т н а я информация. Абсолютная информация о системе или событии не зависит от наблюдателя (или в общем случае от воспринимающей системы). Однако количество информации, получаемой разными воспринимающими системами о некоторой системе А, может быть различно из-за своеобразия их организованности, а также из-

за различного количества ранее накопленной информации о системе А. Наряду с абсолютной информацией о системе А или событии необходимо ввести понятие относительной информации, под которым следует понимать ту часть абсолютной информации, которая воспринимается другой системой.

Информация имеет две стороны: качественную и количественную. Рассмотрим взаимодействие двух систем: А и В. Предположим, в системе А произошло событие Х, а система В (система-наблюдатель) «приняла» это событие. В информационном процессе, происходящем в системе В после получения сообщения о событии X_A, можно различить следующие стадии: прием информации, преобразование (перекодировка) информации, передача ее по каналу, принятие решения и ответная реакция. Ответной реакцией будет некоторая перестройка (приспособление) системы В в соответствии с полученной информацией.

Перестройка системы В, т. е. изменение ее организованности, зависит от принятой информации, от организованности системы, а также от ее предшествующего опыта (программы).

С получением каждого нового сообщения организованность системы, т. е. ее качественные признаки, в общем случае будут изменяться. Качественную сторону информации можно рассматривать, если ввести понятие важности или ценности информации для рассматриваемой системы.

Важность или ценность информации Q, содержащейся в сообщении о событии в системе А для системы В, будет определяться изменением организованности (или энтропии) системы В, т. е.[1]

$$Q_{x^{B}_{A}} = \Delta H_B$$

При этом необходимо обратить внимание на следующие обстоятельства, вытекающие из определения понятия ценности информации. Во-первых, понятие важности является в некотором смысле «субъективным». Так, если событие X_A в системе А воспринимается рядом систем, то в общем случае важность информации об этом событии для каждой системы будет различной. Во-вторых, поскольку важность информации определяется приростом организованности, то оно обладает математическими свойствами энтропии. И, в-третьих, важность информации имеет знак (плюс или минус).

[1] Формула предложена А. И. Лызь.

В соответствии с изложенным мы не можем согласиться с определением качества информации, данным А. А. Харкевичем: «Качество информации определяется ее полнотой, достоверностью и своевременностью»[1].

Информация может быть полной, достоверной и своевременной, однако степень воздействия ее на воспринимающую систему может оказаться минимальной.

Одинаковые с количественной точки зрения сообщения для населения о том, окончился дождь или нет, и информация о том, окончилась ли война или нет, при их одинаковой полноте, достоверности и своевременности будут отличаться друг от друга по качеству их влияния на воспринимающую систему (население).

Сообщение о смерти близкого родственника никогда не бывает своевременным, и, тем не менее, такое сообщение с качественной точки зрения стоит на более высоком уровне, чем, например, своевременное сообщение об окончании очередного рабочего дня.

Таким образом, пытаясь найти критерий для оценки качества информации, следует учитывать не только полноту, достоверность и своевременность информации, но и воспринимающую систему. Ясно, что, основываясь на неполных, недостоверных и несвоевременных сведениях, нельзя получить эффект, например, в таких вопросах как планирование, научные изыскания и т. п. Однако можно привести примеры, когда наиболее эффективное воздействие могут оказать и сведения именно такого характера (например, подбадривание больного ложными сведениями о его болезни и т. п.).

Поэтому представляется очевидным, что определение качества информации без учета влияния этой информации на ее адресат не может быть признано удовлетворительным, и учет такого влияния обязателен.

С информацией тесно связаны понятия отражения и управления. Отражение можно считать аналогичным понятию моделирования в более широком смысле. Приведем по этому поводу высказывание Н. М. Амосова: «Модель — это структура, в которой запечатлена информация о другой системе (структуре), переданная несколькими кодами... Кора головного мозга представляет собой моделирующую систему, в ко-

[1] А. А. Харкевич. Информация и техника. «Коммунист», 1962. № 17.

торой нервными сетями и циркулирующими по ним нервными импульсами моделируются различные системы внешнего и внутреннего мира. В познающей системе создается модель познаваемой.

«...Понятие «познания» в информационном смысле совпадает с понятием «отражения», используемом в философии»[1].

В этой цитате с нашей точки зрения совершенно правильно «отражение» трактуется в плане познавательно-информационном, т. е. в плане процессов несилового взаимодействия. О том, что помимо силовой причинно-следственной связи существуют и другие формы всемирной связи, говорил еще Гегель, приводя свой известный пример с камнем. Движущийся камень есть причина, его движение есть некоторое обладаемое им определение, вне которого он содержит, однако, в себе еще многие другие определения цвета, формы и т. п., которые не входят в состав его причинности. В соответствии с этим отражение можно считать одной из форм всемирной связи, отличающейся от обычной каузальности, где действие равно противодействию именно тем, что в отражении это равенство отсутствует.

Между организованностью и отражением существует глубокая взаимосвязь, проявляющаяся не только в зависимости формы отражения от уровня организации, но и в том, что в процессе отражения изменяется организованность отражающего.

Таким образом, касаясь соотношения информации и отражения, можно сказать, что это разные понятия, связанные, однако, с одной и той же характеристикой—организованностью. Потенциальная информация не зависит от отражения, она зависит только от организованности объекта. В процессе отражения происходит извлечение воспринимающей системой информации (относительной) об отражаемом, т. е. эта информация проявляется при отражении.

С понятием отражения и информации связано также весьма важное понятие управления[2]. Управление проявляется организованной системой лишь при определенных условиях и представляет собой такую активную форму отражения, при которой отображающий объект стремится повысить свою организованность или, по крайней мере, активно противодействует ее уменьшению.

[1] См.: Н. М. Амосов. Мышление и информация. Киев, 1962.

[2] А. А. Ляпунов. Об управляющих системах живой природы и общем понимании жизненных процессов. В сб.: «Проблемы кибернетики», вып. 10. М., 1963.

В этом плане большой интерес представляет работа А. А. Ляпунова «Об управляющих системах живой природы и общем понимании жизненных процессов».

Информация имеет отношение к причине, управлению и т. п. потому, что, например, наследственная информация управляет процессом формирования всего живого, т. е., говоря другими словами, информация способна оказывать прямое преобразующее действие на приемник информации.

Понятия причины, управления, организованности несут на себе бо́льшую долю антропоморфизма сравнительно с понятием пространства, массы и т. п.

Понятие причины, например, было первоначально таким же антропоморфным, как и понятие силы. Подобно тому, как под силой первоначально подразумевался аналог мышечного усилия человека, точно так же под причиной первоначально подразумевался аналог вины человека в создании или появлении чего-то. То же самое можно сказать о понятии управления, первоначально носившем исключительно «очеловеченный» характер. До последнего времени это порождало иллюзию субъективности информации в отличие об объективности массы, энергии и т. п., но, как свидетельствует формула качественности информации, понимание информации как чего-то эфемерного несостоятельно. Информация не есть ни энергия, ни масса, но она иногда может давать более ощутимый результат, чем энергия и масса.

Винер в книге «Я—математик» говорит об информации как о скрепляющем растворе человеческого общества, подобно тому скрепляющему раствору межклеточного вещества, который обусловливает связь клеток одной ткани и направленное взаимодействие клеток разных тканей. Такой подход исключает возможность оценки информации как служебного фактора по отношению к чему-то главному. Если бы «главным» в жизни организма были клетки, то он представлял бы собой скопление однокачественных амеб. Э. Уилер показал, что ткань in vitro растет плохо по краям и в центре, хорошо — в промежуточной части, где с каждой клеткой соседствует примерно 16 других клеток[1], подчеркнув тем самым ведущую роль взаимного влияния клеток друг на друга в процессе формирования ими тканей организма. Без иерархии катализаторов, репрессоров и анактиваторов не было бы организма. Поэтому нельзя видеть в организме два неравно-

[1] Э. Уилер. Ткани в культуре и in situ. В сб.: «Моделирование в биологии». М., 1963.

правных фактора: «по настоящему» реальные клетки и обладающее лишь второсортной реальностью взаимодействие между этими клетками.

То же самое можно сказать относительно клеток. Теперь общепризнано, что клетки — это фабрики, машинами в которых являются ферменты, а сущность ферментов заключается в их способности интегрировать действие различных сигналов и переходить затем в соответствующее состояние[1]. Таким образом, о клетке тоже нельзя сказать, что главным в ней является реальность составляющих ее атомов, а не их взаимодействие.

Наконец, для самих атомов, как об этом говорит современное понимание законов сохранения, точно так же оказывается иллюзорным не взаимодействие и обмен информацией, а сама эта наиреальнейшая (в глазах здравого рассудка) реальность того «твердого», осязаемого, субстанционального начала, которое называют веществом, химическим элементом, протяженным телом и т. п. «Можно сказать, что абсолютен не тот или иной конкретный закон сохранения, а абсолютна и д е я (разрядка наша — **Г. Ч.**) сохранения»[2].

Поэтому нет ничего удивительного в том, что в последней своей работе «Бог и Голем», завершившей его творческий путь, Норберт Винер говорит об информации уже не только как о скрепляющем растворе, но ставит вопрос о том, что не структура создает информацию, а информация создает структуру.

Человек, привыкнув (в течение десятков лет своего индивидуального развития и в течение миллиардов лет своего родового развития) к устойчивой мозаике окружающих субстанционально-протяжных индивидуальных тел, не способен наглядно вообразить себе какую-то иную картину мира. Вся наша информация о мире ограничена возможностью передачи информации по нервным волокнам, подчеркивает Винер. Поэтому пытаться отойти от субстанционально-протяжной модели мира можно лишь на путях логических умозаключений, а не на путях конструирования наглядных образов, призванных заменить старую наглядную модель бесконечного.

Наглядная модель бесконечного представляла собой повторенный неограниченное число раз мир наших чувств и

[1] См.: Ж. П. Ш а н ж ё. Регуляция биохимических реакций. В сб.: «Молекулы и клетки». М., 1966.

[2] Н. Ф. О в ч и н н и к о в. О классификации принципов сохранения. «Вопросы философии», 1962, № 5, стр. 75.

ощущений. Она гармонировала с классической наукой, бравшей за исходное индивидуальное событие в определенной точке пространства—времени. Однако современная наука основывается на других идеях. Эти идеи менее наглядны, но, очевидно, более перспективны в деле логического осмысливания бесконечного. «В классической науке пребывание частицы в некоторой точке в некоторый момент — это и есть исходное, элементарное событие: из таких событий складывается состояния и эволюция Вселенной. Оказывается, фундаментальными законами природы определяются не эти события, а только их вероятности»[1].

Уитроу полагает, что не временная длительность лежит в основе вероятностно-статистического фактора, а, наоборот, информационный вероятностно-статистический фактор выступает как предпосылка воспринимаемой нами временной длительности.

Точка зрения Винера, Уитроу и некоторых других исследователей на определяющую роль вероятностно-информационного фактора в общемировой реальности не нашла пока широкого признания, возможно, именно потому, что этому фактору не хватает наглядности. И хотя теоретически соглашаются с тем, что наглядность не есть обязательное условие объективности, тем не менее психологическая инерция нашего сознания препятствует практическим выводам из такой теории.

Эта ситуация аналогична тому, что мы теоретически не возражаем против возможности выигрыша неумеющего играть в шахматы у чемпиона мира с вероятностью один против 10^{120}, но реально это представить не можем.

Поэтому целесообразно сказать еще несколько слов о наглядности.

Вопрос о ненаглядном характере вероятностно-информационного фактора иллюстрируется соотношением между общеизвестными физическими законами сохранения и предполагаемыми информационно-интеллектуальными законами сохранения.

Вполне возможно, что информация тоже имеет свои законы сохранения, но они не носят наглядного характера. Поток информации в живом веществе, например, явно свидетельствует об устойчивости соответствующей информации. Однако эта устойчивость весьма далека от обычного понимания устойчивости. Рост информации у слушателей лектора не

[1] Б. Г. К у з н е ц о в. Принцип дополнительности. М., 1968, стр. 5.

влечет за собой уменьшение информации у самого лектора, как это предполагалось бы при понимании устойчивости в терминах протяженности и субстанциональности.

Понимание максимальной скорости взаимодействия информации точно так же явно отличалось бы от понимания максимальной скорости взаимодействия, которое мы получаем, основываясь на взаимодействии между сталкивающимися шарами.

Вместе с тем, то обстоятельство, что один бит информации обходится нашему мозгу в 10^{-16} эрг и, следовательно, демон Максвелла не работает бесплатно, позволяет как бы перекинуть мост от нашей обыденной Вселенной к информационной Вселенной, где скорость полета футбольного мяча и ее экстраполяции заменяются скоростью полета мысли, где по законам несилового взаимодействия сын во Владивостоке делается сиротой после смерти отца в Москве не со скоростью света, а мгновенно, где практически бесконечное число связей между 14 млрд.нейронов человеческого мозга не обусловливает автоматически сумасшествие каждого человека и т. д.

Как подчеркивал еще в 1946 г. Тиррен, природа не кончается там, где наши чувства прекращают ее регистрировать.

В. П. Бранский, исследуя проблему наглядности, нашел, что можно говорить в основном о трех типах ненаглядного: ненаглядность парадоксального соединения компонентов, не имеющих ничего общего или имеющих прямо противоположные черты по сравнению с тем, что получилось в итоге (соединение двух горючих газов, кислорода и водорода, дает гасящую огонь воду); ненаглядность с у щ н о с т и исследуемого; ненаглядность недоступных наблюдению сторон исследуемого.

Если начать с последнего признака ненаглядного применительно к миру в целом, то ясно, что никто из людей не переживал контакта с миром в целом. Лишь некоторые люди типа Плотина и Спинозы, десятилетиями настраивавшие свой мозг на идею бесконечного, достигали чувства контакта с космосом, однако чувство это было субъективным и невыразимым.

Сущность мира в целом, естественно, ненаглядна, и поэтому второй признак также здесь имеет место. Но наиболее подходит к ненаглядности вероятностно-информационной основы бесконечного, по нашему мнению, тот тип ненаглядности, который иллюстрируется парадоксальным получением из определенных компонентов того, что не имеет никакого

отношения и даже противоположно природе этих компонентов. Действительно, мы не можем вообразить себе наглядной последовательности переходов от зримой Вселенной к Вселенной информационно-вероятностной, и мы не в состоянии вообразить себе путь от несубстанциональной информации к субстанциональным атомам. Нам кажется абсурдом получение протяженности из того, что не имеет ни грана протяженности или получение субстанциональности из того, что не имеет ни грана субстанциональности. Однако ведь и горючий водород, и горючий кислород не имеют в себе ни малейшей капли, ни мизернейшего грана негорючей воды, и тем не менее, вопреки нашим «здравым» рассуждениям о том, что из ничего ничего не получается, что для получения чего-то необходимо наличие элементов этого «чего-то», является фактом то, что из горючих газов получается негорючая вода.

Безусловно, идея реальности несубстанциональной и непротяженной Вселенной, порождающей доступную нашим органам чувств субстанциональную и протяженную Вселенную, далеко не является такой же самоочевидной, как пример с кислородом, водородом и водой. Но, во всяком случае, это заставляет нас более скептически относиться к свидетельствам нашего здравого рассудка и попытаться подойти к вопросу более широко.

Так, ученые уже обратили внимание на то, что именуя взаимодействие вирусов интерференцией, а продукт этого взаимодействия интерфероном, тем самым фиксируют не только словесную связь между индивидуально-субстанциональными вирусами и статистически-информационной интерференцией волн вероятности. В связи с этим важно также то обстоятельство, что если по Шеннону канал коррекции, обладая пропускной способностью H, не может устранить неопределенность, большую H, то это касается не только телефона, но и потока жизненной информации. Многие, в том числе Паулинг, полагают, что идея разонанса в химии и «резононы» в физике элементарных частиц также выражают не только словесную связь с первоосновами вероятностно-информационного аспекта Вселенной.

Эшби по этому поводу замечает: «...существуют системы, более напоминающие информационные сети, события в которых могут быть истолкованы только статистически. Существуют и такие процессы, как распространение эпидемий, флуктуации в количестве животных на некоторой территории, распространение волн по нервной сети. Эти процессы сами по

себе не являются плохими или хорошими, но они существуют со всеми своими необычными[1] свойствами, и у меня нет сомнений, что они должны входить составной частью в работу мозга, если они в каком-то смысле выгодны. Здесь мне хотелось бы лишь подчеркнуть, что эти процессы часто обнаруживают чрезвычайно удивительные и неожиданные свойства: например, эпидемии имеют тенденцию распространяться волнами»[2].

По-видимому, внимание к этой стороне окружающей нас реальности будет в дальнейшем все больше и больше увеличиваться.

Все это свидетельствует, по нашему мнению, о том, что нет оснований ожидать появления ни в близком, ни в далеком будущем такой позитивной критики современной примитивной модели бесконечного, которая бы подразумевала замещение этой наглядной модели какой-то другой, менее примитивной, но все же достаточно наглядной моделью. Но есть все основания предполагать, что уже в настоящее время имеется достаточно данных для того, чтобы увидеть в современной негативной критике образа протяженно-субстанциональной Вселенной позитивную перспективу.

[1] Эти слова Эшби хорошо иллюстрируются тем фактом, что современная наука ничем, кроме «внезапного безумия» не может объяснить миграции огромных масс саранчи, грызунов, белок, антилоп и т. п., происходящие совершенно без каких-либо видимых причин и не в интересах этих живых существ — они уходили и гибли в море, в пустыне и т. п.

[2] У. Р. Эшби. Принципы самоорганизации. В сб.: «Принципы самоорганизации». М., 1966, стр. 338—339.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В споре о бесконечности сталкиваются самые далекие, противоположные точки зрения. Есть авторы, которые полагают, что именно наши попытки сказать что-то о всей Вселенной и дают ответ на вопрос о смысле существования как интеллекта, так и космоса; другие считают, что вопрос о природе мира в целом есть надуманный вопрос, что рассуждения о всем равносильны рассуждениям ни о чем, и что серьезный исследователь унизил бы свое достоинство, если бы перешел от конкретных проблем к проблеме мира в целом.

По нашему мнению, опыт десяти тысяч лет существования цивилизации свидетельствует о том, что для человеческого интеллекта проблема интерпретации мира в целом является очень важной. Эта проблема в некотором смысле определяет и сам характер человеческого мышления. Подобно тому, как есть разница между разумом, способным к самопознанию, и разумом неспособным, точно так же, по-видимому, есть разница между интеллектом, способным подняться до попытки осмысливания всего мира и неспособным к этому.

В человеческой истории были периоды, когда проблематика осмысливания общемирового целого сознательно или бессознательно игнорировалась. Эти периоды характеризовались своеобразным интеллектуальным вакуумом, который заполнялся, например, в древней Греции идеями цинизма, в дальнейшем были случаи заполнения этого вакуума идеями нигилизма, этического релятивизма, прагматизма и т. д.

В этом обстоятельстве можно видеть первый аргумент для доказательства важности и актуальности темы осмысливания бесконечного. Вторым аргументом является неопровержимость факта феномена Вселенной. Предположим, человек стоит на точке зрения невыразимости мира языком, существующим в рамках этого же мира, или полагает, что наши представления суть стопроцентный антропоморфизм (солипсизм), или, наоборот, он уверен в том, что наши пред-

ставления полностью определяются объективной реальностью (наивный материализм), — все равно он не может поставить под сомнение феномен Вселенной.

Но если признание феномена Вселенной зафиксировано, то уже независимо от тех конкретных успехов или неудач, которые встретятся на пути познания этого феномена, сама законность и актуальность проблемы исследования Вселенной в целом, т. е. бесконечного, не может быть поставлена под сомнение.

Вопрос о том, насколько прав или неправ наивный материализм или солипсизм, решается не парой общих фраз, а длинным и трудным путем развития естествознания и философии. Поэтому было бы явным отходом от научной объективности стремление навязывать, исходя из общефилософских предпосылок, какие-либо конкретные рекомендации в конкретных науках. Можно, например, не соглашаться в общефилософском плане с универсальностью теоремы Геделя, но это не значит, что такого несогласия уже достаточно для вынесения «философского приговора» тем существующим в современной лингвистике теориям языка, которые используют эту теорему. Для этого, очевидно, нужно еще быть лингвистом.

Вместе с тем, в нашей работе не раз подчеркивалось, что природа вовсе не обязана следовать тому делению на факультеты, которые существуют в современной науке, и поэтому замечания специалиста в одной области могут оказаться уместными и в другой области. Дело, очевидно, заключается не в официальном титуле — «космолог», «философ», «лингвист» и т. п., — а в реальном представлении данного лица о той сфере, по поводу которой он высказывается. Винер не был медиком, но никто не мог упрекнуть его в недостаточной осведомленности по тому конкретному вопросу медицины, которым он занимался. Важны не ярлыки, а объективная истина.

Если решен в положительном смысле вопрос о том, что исследование мира в целом не является пустой тратой времени, переходят, естественно, к вопросу о том, насколько перспективными могут быть те или иные модели бесконечного, создаваемые человеческим мышлением.

Та модель, которая рисует мир как две безнадежно разорванные, разбегающиеся в двух прямо противоположных направлениях, крайности бесконечно малого и бесконечно большого, приводит к ряду логических абсурдов и противоречит некоторым, уже в наше время достоверно установлен-

ным, фактам. Эта модель, постулирующая образ мира как мозаику индивидуальных тел на фоне бесконечной общемировой протяженности, ведет к тупику преформизма, потере отличия близкодействия от дальнодействия, апориям Зенона, антиномиям Канта, парадоксам теории множеств. Более или менее достоверно установленными данными современной науки, несовместимыми с идеей однокачественного универсального фона общемировой протяженности, являются такие факты и теории, как соотношения неопределенностей Гайзенберга, возрастание роли вероятностной логики, наличие максимальной скорости взаимодействия и минимальной энергии (равно как и более гипотетической минимальной длины и минимального времени), пересмотр роли закона исключенного третьего, разнонаправленность достаточно широких показателей типа плотности, массы, объема и т. д.

Бесконечное, очевидно, не может отобразить тот или иной наглядный образ.

С этим следует примириться так же, как ученые примирились с ненаглядностью описанного Максвелом поля. Трудно предположить, чтобы мир в целом представлял собой нечто более примитивное, чем одно из его проявлений—поле.

Предполагаемая ненаглядная модель бесконечного должна отражать единство мира, подразумевая под этим нестрогую иерархичность форм, в которых проявляется общемировое целое. Так, например, углубление в природу элементарных частиц с этой точки зрения вовсе не исключает возможности выхода в сферу природы мышления или в сферу космологии. Строгое соблюдение субординации: элементарная частица — атом — молекула — кристалл—жизнь—интеллект больше гармонирует с идеей скучного и однообразного чередования ступенек лестницы дурной бесконечности, чем с идеей единства мира.

Конечно, ненаглядность этой второй модели можно рассматривать как недостаток. Однако Бом[1] писал, что «свойства» элементарных частиц проявляются только тогда, когда через посредство крупномасштабных явлений они контактируют с воспринимающим аппаратом человека, а вне этого

[1] Д. Бом. Причинность и случайность в современной физике. М. 1959, гл. III.

Эту же идею высказывал Кауфман. Он подчеркивал, что объединяя различное в нечто единое с помощью понятий «одного множества» и «общего свойства», мы неизбежно допускаем здесь субъективизм, антропоморфизм (см.: А. Гейтинг. Обзор исследований по основаниям математики, М.—Л., 1935, стр. 17).

«свойства», они просто не существуют. В науке доминирует в последние десятилетия не декартовский культ ясности, четкости и наглядности, а именно этот боровский подход, рассматривающий наглядную образность человеческого мышления как антропоморфизм, мешающий иногда проникнуть в объективную суть достаточно глубоких проблем мироздания. Этот подход нельзя рассматривать как временный и преходящий. Еще в начале века Кассирер писал: «...традиционное учение логики о понятии, взятое в своих общеизвестных главных чертах, оказалось недостаточным даже для того, чтобы вполне наметить те проблемы, к которым приводит учение о принципах математики. Наука пришла здесь, как я все более убеждаюсь, к вопросам, для которых на языке форм традиционной логики нет совсем точного коррелята»[1].

Представляется также целесообразным с первых шагов рассмотрения бесконечного отдавать себе отчет в том, какое соотношение между конечным и бесконечным мы считаем более реальным: или равное ничтожество любого конечного перед бесконечным (в этом случае радиус электрона и радиус видимой Вселенной равны перед бесконечным, а это приводит к отказу от различия между близкодействием и дальнодействием), или же существование различий в конечном (в этом случае следует вместе с математиками-конструктивистами говорить о потенциальной осуществимости того или иного вопроса, о закономерностях в градации конечного и т. п.). Оба эти подхода, безусловно, не избавляют от необходимости исследования природы мира в целом. Так, исследуя градации конечного, ученые должны основываться на возможности их реализации в каком-то определенном мире, например, в мире, как его понимал Эйнштейн. И если, основываясь на инвариантном смысле точки и последовательного счета секунд в пространственно-временном континууме, приходят к выводу о потенциальной неосуществимости процессов, символизируемых числами, сравнимыми с числом всех элементарных частиц в видимой Вселенной (10^{84}), или с числом секунд во временной длительности максимально древней для метагалактики цивилизации ($3 \cdot 10^{17}$), то это делает лишь еще более актуальным вопрос о том, каким же образом оказываются осуществленными процессы, символизируемые числами типа 10^{278300} (число межнейронных связей всего лишь для 1 млн. нейронов). Равным образом, отбросив все конечное как ничтожно малое сравнительно с бесконечным, необходимо

[1] Э. Кассирер. Указ. соч., стр. 5.

приходят к градации самого бесконечного типа классификации Бэра и к тому же вопросу о смысле мира в целом, только в своеобразной форме парадокса «множества всех множеств».

Важным моментом в модели бесконечного, создаваемой интеллектом человека, должно быть стремление к учету элементов антропоморфизма во всех тех данных, которые служат материалом для такой модели. Только сознание своей ограниченности сможет помочь преодолению этой ограниченности.

Основываясь на позициях незыблемости смысла выработанных здравым рассудком представлений континуума, точки, единицы и т. п., невозможно перебросить мост от субстанционально-протяженного мира к миру информационно-вероятностному. Между тем последние достижения как в области естественных наук (идея вероятностно-статистической природы мышления, например), так и в области философии (исследования проблемы индивидуации, отказ от субстанционального понимания законов сохранения и т. п.) явно подталкивают ищущую мысль именно в эту сторону. При этом нет смысла, говоря об этих двух аспектах, ставить вопрос о том, какой из них «истинный», объективный, а какой «ложный», субъективный. Ситуация здесь, по-видимому, такая же, как и при ответе на вопрос о том, объективно или субъективно то, что мы воспринимаем как температуру и непроницаемость. В каких-то определенных и довольно широких рамках температура вполне объективна: комнатная температура в 18°С означает, что молекулы воздуха двигаются со средней скоростью 450 м/ сек, температура в 40 млн. градусов означает движение частиц со скоростью 150 км/сек. Но если эти рамки исчезают, то говорить, например, о температуре поверхности ядра атома в прежнем смысле уже нельзя. Аналогично, смысл непроницаемости для нейтрино, способном пройти сквозь стальную стену в миллионы раз превышающую расстояние от Земли до Солнца иной, чем для объектов нашего ближайшего окружения.

Таким образом, основное, что мы хотели подчеркнуть, это бесперспективность попыток осмысливания общемирового целого как мозаики индивидуальных тел на фоне общемировой протяженности—длительности. При моделировании бесконечного с учетом антропоморфных особенностей самого аппарата моделирования ненаглядный вероятностно-информационный уровень Вселенной оказывается не менее существенным, чем уровень наглядной протяженности и субстанциональности.